

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I (1) $\sum_{n=3}^{22} \frac{2n^2 + 4}{n^4 - 5n^2 + 4} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) 3 個のさいころを同時に投げ、出る目の最大値を a 、最小値を b とするとき、

$a = 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$, $a = b$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$, $a = b + 4$ と

なる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(3) x, y を実数とする。

(i) $2x + y = 3$ を満たす x, y に対して、 $2x^2 + y^2$ の最小値は $\boxed{\text{セ}}$ であり、そのときの x, y の値は $x = \boxed{\text{ソ}}$, $y = \boxed{\text{タ}}$ である。

(ii) $2x^2 + y^2 = 12$ を満たす x, y に対して、 $2x + y$ のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{チツ}} \leq 2x + y \leq \boxed{\text{テ}}$$

である。

(計 算 用 紙)

II $m > 0$ とする。原点を O とする座標平面上において、次の 2 つの円 C_1, C_2 を考える。

$$C_1: x^2 + y^2 = 4$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 25 - m = 0$$

C_1 と C_2 は異なる 2 点 P, Q で交わるとし、 P と Q を通る直線を ℓ とする。また、 C_2 の中心を R とする。

(1) R の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。 C_2 の半径が $2\sqrt{3}$ となるのは $m = \boxed{\text{ウエ}}$ のときである。

(2) m のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}} < m < \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(3) ℓ が O を通るとき、

$$m = \boxed{\text{クケ}}, \quad \cos \angle PRQ = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$$

である。

(4) $\cos \angle POQ = 0$ となるのは $m = \boxed{\text{セソ}} \pm \boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ のときである。

(5) $\cos \angle PRQ$ の値が最小となるのは $m = \boxed{\text{テト}}$ のときであり、このとき

$$\cos \angle PRQ = \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \text{ である。}$$

(計 算 用 紙)

III t を実数とし、座標平面上の 3 つの直線 k, ℓ, m を

$$k: y = 2x + 1, \quad \ell: y = -x + 4, \quad m: y = x + \frac{\sqrt{2}}{2}t$$

とする。 k と m の交点を A, ℓ と m の交点を B, k と ℓ の交点を C とする。

(1) C の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}} \right)$ である。また, m が C を通るとき,

$$t = \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}} \text{ である。}$$

(2) A, B 間の距離を t を用いて表すと,

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \left| t - \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \right|$$

である。

(3) m が C を通らないときを考える。

(i) $\triangle ABC$ の面積を t を用いて表すと,

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} t^2 - \frac{\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} t + \boxed{\text{セ}}$$

である。

(ii) $\angle ACB$ の二等分線の傾きは $\boxed{\text{ソタ}} - \sqrt{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(iii) $\triangle ABC$ の内接円の半径が $\frac{3}{2}$ となる t の値は,

$$\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}} \pm \left(\boxed{\text{ナ}} + \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}} \right)$$

である。

(計 算 用 紙)

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I (1) $\sum_{n=3}^{22} \frac{2n^2 + 4}{n^4 - 5n^2 + 4} = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) 3 個のさいころを同時に投げ、出る目の最大値を a 、最小値を b とするとき、

$a = 2$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$, $a = b$ となる確率は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$, $a = b + 4$ と

なる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(3) i を虚数単位とする。 $z = \cos \frac{2}{5}\pi + i \sin \frac{2}{5}\pi$ のとき、

$z + z^2 + z^3 + z^4 = \boxed{\text{セソ}}$, $(2 + z)(2 + z^2)(2 + z^3)(2 + z^4) = \boxed{\text{タチ}}$

である。また、

$\sin \frac{1}{10}\pi \cdot \sin \frac{3}{10}\pi = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$

である。

(計 算 用 紙)

II $m > 0$ とする。原点を O とする座標平面上において、次の 2 つの円 C_1, C_2 を考える。

$$C_1: x^2 + y^2 = 4$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 25 - m = 0$$

C_1 と C_2 は異なる 2 点 P, Q で交わり、 P と Q を通る直線を ℓ とする。また、 C_2 の中心を R とする。

(1) R の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。 C_2 の半径が $2\sqrt{3}$ となるのは $m = \boxed{\text{ウエ}}$ のときである。

(2) m のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{オ}} < m < \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(3) ℓ が O を通るとき、

$$m = \boxed{\text{クケ}}, \quad \cos \angle PRQ = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$$

である。

(4) $\cos \angle POQ = 0$ となるのは $m = \boxed{\text{セソ}} \pm \boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ のときである。

(5) $\cos \angle PRQ$ の値が最小となるのは $m = \boxed{\text{テト}}$ のときであり、このとき

$$\cos \angle PRQ = \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \text{ である。}$$

(計 算 用 紙)

III 原点を O とする座標平面上の曲線 C は、媒介変数 t を用いて

$$x = \cos^2 t + \sin t, \quad y = \sin^2 t + \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

と表されている。

- (1) $t = \frac{\pi}{6}$ に対応する C 上の点を D とする。直線 OD の傾きは

$$\frac{\frac{\text{ア}}{\text{ウ}} \sqrt{\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}}}{\frac{\text{ウ}}{\text{ウ}}} + \frac{\frac{\text{エ}}{\text{オ}}}{\frac{\text{オ}}{\text{オ}}}$$

である。

- (2) C と直線 $y = x$ のすべての共有点を考える。それらの x 座標のうち、異なる値は全部で カ 個あり、最小値は

$$\frac{\frac{\text{キ}}{\text{ケ}} \sqrt{\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}}}{\frac{\text{ケ}}{\text{ケ}}} + \frac{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}}{\frac{\text{サ}}{\text{サ}}}$$

である。

- (3) C と直線 $y = 1 - x$ の異なる共有点は全部で 2 個あり、それらを A, B とすると、 $AB^2 = \text{シ}$ である。

- (4) C と直線 $y = \frac{2 + \sqrt{6}}{2} - x$ の異なる共有点は全部で 2 個あり、それらを P, Q とすると、 $PQ^2 = \frac{\text{ス}}{\text{タ}} \sqrt{\frac{\text{セ}}{\text{タ}}} + \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

- (5) $0 < t < 2\pi$ において、 $\frac{dx}{dt} = 0$ となる t の値のうち、最小の値は $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}} \pi$

であり、最大の値は $\frac{\text{テ}}{\text{ト}} \pi$ である。

- (6) C の $x \leq 1$ かつ $y \geq 1$ の部分と直線 $y = 1$ で囲まれた図形の面積を S とす

ると、 $S = \frac{\text{ナ}}{\text{ニ}} \pi - \frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}}$ である。

(計 算 用 紙)