

数 学

(解答番号 $^1 \square \sim ^{59} \square$)

解答上の注意

- 1) 問題の文中の $^1 \square$, $^2 \square$ などの一つ一つには、特に指示のない限り、それぞれ0から9までの数字が一つ入る。 $\square$ の左上の数字は「解答番号」である。
- 2) 2個並んだ $\square \square$ は2桁(けた)の正の整数を表す。3個以上並んだ場合も同様である。
- 3) $\square$ の前に「-」がついている場合は負の整数を表す。例えば、 $-\square$ は1桁の負の整数を表し、 $-\square\square$ は2桁の負の整数を表す。
- 4) $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square\square}$, $-\frac{\square}{\square}$ などは分数を表す。分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
- 5) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $\square\sqrt{\square}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。
- 6) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I $0 \leq x < 2\pi$ とし,

$$f(x) = 3 \sin^2 x + 4 \sin x (\cos x + 1) + 2 \cos x - 1$$

とする。また, $t = 2 \sin x + \cos x$ とおく。

$$(1) \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{{}^1\Box}{{}^2\Box} + {}^3\Box \sqrt{{}^4\Box} \text{ である。}$$

$$(2) \quad t \text{ がとりうる値の範囲は } -\sqrt{{}^5\Box} \leq t \leq \sqrt{{}^6\Box} \text{ である。}$$

$$(3) \quad f(x) \text{ を } t \text{ の式で表すと, } t^2 + {}^7\Box t - {}^8\Box \text{ である。}$$

$$(4) \quad f(x) \text{ の最小値は } -{}^9\Box \text{ である。}$$

$$(5) \quad f(x) \text{ の最大値は } {}^{10}\Box + {}^{11}\Box \sqrt{{}^{12}\Box} \text{ であり, そのとき}$$

$$\sin x = \frac{{}^{13}\Box \sqrt{{}^{14}\Box}}{{}^{15}\Box}, \quad \cos x = \frac{\sqrt{{}^{16}\Box}}{{}^{17}\Box} \text{ である。}$$

(計 算 用 紙)

II 変量 x の 3 個のデータの値 x_1, x_2, x_3 を考える。初めに x_1 の値が与えられ
ると、その後 x_2, x_3 の値は、次の規則に従って定まる。 $i = 1, 2$ に対して

- $x_i = 0$ ならば、 x_{i+1} は、0, 1, -1 のいずれか 1 つを等確率にとる。
- $x_i \neq 0$ ならば、 x_{i+1} は、0 または $-x_i$ を等確率にとる。

ここで、データの値 x_1, x_2, x_3 の平均値を $\bar{x}$ 、分散を s^2 とする。

(1) $x_1 = 0$ とする。このとき、

(i) $x_3 = 0$ である確率は $\frac{18 \square}{19 \square}$ であり、 $x_3 = 1$ である確率は

$\frac{20 \square}{21 \square \quad 22 \square}$ である。

(ii) $\bar{x} \neq 0$ である確率は $\frac{23 \square}{24 \square}$ である。

(iii) $s^2 \neq 0$ である確率は $\frac{25 \square}{26 \square}$ である。

(2) $x_1 = 1$ とする。このとき、

(i) $x_3 = 0$ である確率は $\frac{27 \square}{28 \square \quad 29 \square}$ であり、 $x_3 = 1$ である確率は

$\frac{30 \square}{31 \square \quad 32 \square}$ である。

(ii) $\bar{x} \neq 0$ である確率は $\frac{33 \square}{34 \square \quad 35 \square}$ である。

(iii) $s^2 \neq 0$ である確率は $\frac{36 \square}{\square}$ である。

(iv) s^2 が最大となる確率は $\frac{37 \square}{38 \square}$ であり、その最大値は $\frac{39 \square}{40 \square}$ である。

(計 算 用 紙)

III O を原点とする座標平面上に 2 点 A(1, 2), B(8, 6) をとる。線分 OA を 2 : 1 に外分する点を C, 線分 OB を $t : (1 - t)$ (ただし, $0 < t < 1$) に内分する点を D とし, 直線 AB と直線 CD の交点を P とする。さらに, 直線 OP と直線 BC, AD の交点をそれぞれ Q, R とする。

$$(1) \cos \angle AOB = \frac{41 \square \sqrt{42 \square}}{43 \square} \text{ であり, } \triangle OAB \text{ の面積は } 44 \square \text{ である。}$$

$$(2) AP = BP \text{ であるとき, } t = \frac{45 \square}{46 \square} \text{ である。}$$

$$(3) \angle CDB = 45^\circ \text{ であるとき, } t = \frac{47 \square}{48 \square} \text{ である。}$$

(4) $\angle CDB = 90^\circ$ とする。このとき,

$$(i) t = \frac{49 \square}{50 \square} \text{ であり, } \overrightarrow{OP} = \frac{51 \square}{52 \square} \overrightarrow{OA} + \frac{53 \square}{54 \square} \overrightarrow{OB} \text{ である。}$$

$$(ii) \overrightarrow{OR} = \frac{55 \square}{56 \square} \overrightarrow{OQ} \text{ である。}$$

$$(iii) \triangle CPQ \text{ の面積は } \frac{58 \square}{59 \square} \text{ である。}$$

(計 算 用 紙)