

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I (1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。

$$a_1 = \frac{9}{8}, \quad a_{n+1} = 3 \cdot a_n + n \cdot 3^{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(i) $\frac{a_2}{9} - \frac{a_1}{3} = \boxed{\text{ア}}$, $\frac{a_3}{27} - \frac{a_2}{9} = \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $\{a_n\}$ の一般項は,

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ウ}}^{n+1}}{\boxed{\text{エ}}} \left(n - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right) \boxed{\text{キ}}$$

である。

(2) 不等式 $81^{4x} < 2^{128}$ を満たす自然数 x のうち最大のものを m とする。このとき, $m = \boxed{\text{ク}}$ であり, 5^{6m} は $\boxed{\text{ケコ}}$ 桁の整数である。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(3) 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 5$ を満たすとする。このとき, $y^2 - 3x$ の最大値は

$$\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ であり, 最小値は } \boxed{\text{セソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}} \text{ である。さらに, } xy \text{ がとり}$$

うる値のうち整数は全部で $\boxed{\text{チ}}$ 個ある。

(計 算 用 紙)

II $k > 0$ とする。△ABC において、線分 AB を $(k+1):k$ に外分する点を D、線分 BC を $(k+1):k$ に外分する点を E、線分 CA を $(k+1):k$ に外分する点を F とする。△ABC の重心を G とし、直線 GE と線分 AC, AB, FD の交点をそれぞれ H, I, J とする。

(1) $k = \frac{1}{3}$ のとき、 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AE}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表すと、

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AF} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AE} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \overrightarrow{AC} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{AB}$$

である。

(2) H は線分 AC を $1 : \frac{k}{\boxed{\text{コ}} k + \boxed{\text{サ}}}$ に内分する。

(3) I は線分 AB を $1 : \frac{k + \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}} k + \boxed{\text{セ}}}$ に内分する。

(4) J は線分 FD を $1 : \boxed{\text{ソ}}$ に内分する。

(5) △IJD の面積が △AFD の面積の $\frac{2}{5}$ 倍であるとき、

$$k = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(計 算 用 紙)

III $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$ とする。 a を定数とし、座標平面上において、曲線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = ax$ を考える。

(1) $f(x)$ は $x = \boxed{\text{ア}}$ で極大値 $\boxed{\text{イウ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{エ}}$ で極小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる。

(2) C 上の点 $(1, f(1))$ における接線の方程式は $y = \boxed{\text{カキ}}x + \boxed{\text{クケ}}$ である。

(3) $a = 1$ とする。このとき、 C と ℓ の交点のうちもっとも x 座標の大きな交点の座標は $(\boxed{\text{コ}}, \boxed{\text{サ}})$ である。また、 C と ℓ で囲まれた2つの部分の面積の和を S とすると、 $S = \frac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(4) C の $x \geq 0$ の部分と ℓ が異なる3つの共有点をもつとする。

(i) a のとりうる値の範囲は

$$\boxed{\text{タ}} < a < \boxed{\text{チツ}}$$

である。

(ii) C と ℓ で囲まれた2つの部分の面積をそれぞれ S_1, S_2 とする。 $S_1 = S_2$ であるとき、 $a = \boxed{\text{テ}}$ であり、 $S_1 = \boxed{\text{トナ}}$ である。

(計 算 用 紙)

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9
オ	☐	0	1	2	3	4	☒	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\frac{\text{カ}}{\text{キ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \frac{\text{ケ}}{\text{サ}}}{\sqrt{\text{コ}}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I (1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。

$$a_1 = \frac{9}{8}, \quad a_{n+1} = 3 \cdot a_n + n \cdot 3^{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(i) $\frac{a_2}{9} - \frac{a_1}{3} = \boxed{\text{ア}}$, $\frac{a_3}{27} - \frac{a_2}{9} = \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) $\{a_n\}$ の一般項は,

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ウ}}^{n+1}}{\boxed{\text{エ}}} \left(n - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right) \boxed{\text{キ}}$$

である。

(2) 不等式 $81^{4x} < 2^{128}$ を満たす自然数 x のうち最大のものを m とする。このとき, $m = \boxed{\text{ク}}$ であり, 5^{6m} は $\boxed{\text{ケコ}}$ 桁の整数である。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(3) e を自然対数の底とする。座標平面において, 連立不等式

$$\begin{cases} \frac{1}{e} + e \leq x + y \leq \frac{1}{2e} + 2e \\ y \geq \frac{1}{x} \\ x > 0 \end{cases}$$

の表す領域の面積を S とすると,

$$S = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} e^2 + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} e^{-2} - \boxed{\text{ソ}} \log 2$$

である。

(計 算 用 紙)

II $k > 0$ とする。△ABC において、線分 AB を $(k+1):k$ に外分する点を D、線分 BC を $(k+1):k$ に外分する点を E、線分 CA を $(k+1):k$ に外分する点を F とする。△ABC の重心を G とし、直線 GE と線分 AC, AB, FD の交点をそれぞれ H, I, J とする。

(1) $k = \frac{1}{3}$ のとき、 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AE}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表すと、

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AF} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}} \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{AE} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \overrightarrow{AC} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{AB}$$

である。

(2) H は線分 AC を $1 : \frac{k}{\boxed{\text{コ}} k + \boxed{\text{サ}}}$ に内分する。

(3) I は線分 AB を $1 : \frac{k + \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}} k + \boxed{\text{セ}}}$ に内分する。

(4) J は線分 FD を $1 : \boxed{\text{ソ}}$ に内分する。

(5) △IJD の面積が △AFD の面積の $\frac{2}{5}$ 倍であるとき、

$$k = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

(計 算 用 紙)

III i を虚数単位とする。複素数

$$\alpha = 2\sqrt{3} - 4i, \quad \beta = 2\sqrt{3} + 4i, \quad \gamma = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$$

に対し、複素数平面上の 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を考える。

(1) $\beta\gamma = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}i$ であり, $|\gamma - \beta| = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2)

$$\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}} + \frac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}i$$

である。また, $\triangle ABC$ において $\angle A = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ である。

(3) 複素数 w が

$$|w - \alpha| = |w - \beta| = |w - \gamma|$$

を満たすとき, w の実部は $\frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(4) 方程式

$$7|z - \alpha| = 5|z - \beta|$$

を満たす複素数平面上の点 z 全体の集合は, 半径が $\frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$, 中心が

$$\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} - \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}i$$

の円である。

(計 算 用 紙)