

数学①

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I p を整数とする。一般項がそれぞれ

$$a_n = 2n - 1, \quad b_n = 5n - 1, \quad c_n = pa_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ を考える。自然数 k に対して、3つの変数 x, y, z のデータが次の表で与えられている。

x	a_k	a_{k+1}	a_{k+2}	a_{k+3}	a_{k+4}
y	b_k	b_{k+1}	b_{k+2}	b_{k+3}	b_{k+4}
z	c_k	c_{k+1}	c_{k+2}	c_{k+3}	c_{k+4}

- (1) x のデータの平均値が 9 であるとき、 $k = \boxed{\text{ア}}$ である。また、 x のデータの分散は $\boxed{\text{イ}}$ である。
- (2) x のデータの平均値と y のデータの平均値の和が 131 であるとき、 $k = \boxed{\text{ウエ}}$ である。また、 y のデータの分散は $\boxed{\text{オカ}}$ であり、 x と y のデータの共分散は $\boxed{\text{キク}}$ である。
- (3) z のデータの平均値が 10 であるとき、 $p = \boxed{\text{ケコ}}$, $k = \boxed{\text{サ}}$ である。
- (4) z のデータの分散が 1250 である p のうち、値が最大のものは $\boxed{\text{シス}}$ である。
- (5) x と z のデータの共分散を s_{xz} とし、 y と z のデータの共分散を s_{yz} とするとき、 $\frac{s_{yz}}{s_{xz}} = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}$ である。
- (6) x と z のデータの相関係数が -1 である p のうち、値が最大のものは $\boxed{\text{タチ}}$ である。

(計 算 用 紙)

II 1 辺の長さが $2\sqrt{6}$ の正六角形 ABCDEF を考える。

- (1) 点 P を $\triangle ABP$ が正三角形となるようにとるとき、 $\triangle ABP$ の面積は

$$\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}} \text{ である。}$$

- (2) 線分 AC の長さは $\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (3) 正六角形 ABCDEF の 6 個の頂点のうち、3 点を結んでできる三角形の総数は $\boxed{\text{オカ}}$ であり、それらの三角形のうち、面積が最大である三角形の面積は $\boxed{\text{キク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

- (4) 辺 AB, CD, EF を $2:1$ に内分する点をそれぞれ G, H, I とするとき、 $\triangle GHI$ の面積は $\boxed{\text{コサ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

- (5) 正六角形 ABCDEF の周上の異なる 3 点 J, K, L が、 $JK = KL = LJ$ を満たしながら動くとき、 $\triangle JKL$ の面積の最小値は $\frac{\boxed{\text{スセ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

- (6) 正六角形 ABCDEF の内部に点 Q をとる。 $\triangle ABQ$, $\triangle CDQ$, $\triangle EFQ$ の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とする。 $S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 3 : 4$ が成り立つとき、

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}} \text{ である。}$$

(計 算 用 紙)

III p を正の実数とする。O を原点とする座標平面において、放物線 $C: y = x^2$ と直線 $x = p$ の交点を P とする。点 P における C の接線を ℓ とし、直線 $x = p$ と ℓ のなす角を θ とする。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。P を通る直線のうち、 ℓ と θ の角をなし、直線 $x = p$ でないものを m とする。

(1) $p = 1$ とする。

(i) ℓ の方程式は $y = \boxed{\text{ア}} x - \boxed{\text{イ}}$ である。

(ii) C, ℓ, y 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(iii) $\tan \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(iv) m の傾きと一致するものを、次の ①～⑥ のうちから 1 つ選ぶと $\boxed{\text{キ}}$ である。

① $\cos 2\theta$ ② $\sin 2\theta$ ③ $\tan 2\theta$ ④ $\frac{1}{\cos 2\theta}$ ⑤ $\frac{1}{\sin 2\theta}$ ⑥ $\frac{1}{\tan 2\theta}$

(2) m の傾きを p を用いて表すと、 $\frac{\boxed{\text{ク}} p^2 - 1}{\boxed{\text{ケ}} p}$ である。

(3) m が p の値に関係なく通る定点の座標は $\left(\boxed{\text{コ}}, \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)$ である。

(4) p が正の実数を動くとき、 C と m で囲まれた図形の面積 S の最小値は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であり、 S が最小となる p の値は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(5) 線分 OP を 1 : 2 に内分する点を、 x 軸方向に -2 , y 軸方向に -4 だけ移動した点を Q とし、直線 PQ が p の値に関係なく通る定点を R とする。R の座標は $\left(\boxed{\text{チツ}}, \boxed{\text{テト}} \right)$ であり、 $\frac{RQ}{RP} = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

数学②

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I p を整数とする。一般項がそれぞれ

$$a_n = 2n - 1, \quad b_n = 5n - 1, \quad c_n = pa_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ を考える。自然数 k に対して、3つの変数 x, y, z のデータが次の表で与えられている。

x	a_k	a_{k+1}	a_{k+2}	a_{k+3}	a_{k+4}
y	b_k	b_{k+1}	b_{k+2}	b_{k+3}	b_{k+4}
z	c_k	c_{k+1}	c_{k+2}	c_{k+3}	c_{k+4}

- (1) x のデータの平均値が 9 であるとき、 $k = \boxed{\text{ア}}$ である。また、 x のデータの分散は $\boxed{\text{イ}}$ である。
- (2) x のデータの平均値と y のデータの平均値の和が 131 であるとき、 $k = \boxed{\text{ウエ}}$ である。また、 y のデータの分散は $\boxed{\text{オカ}}$ であり、 x と y のデータの共分散は $\boxed{\text{キク}}$ である。
- (3) z のデータの平均値が 10 であるとき、 $p = \boxed{\text{ケコ}}$ 、 $k = \boxed{\text{サ}}$ である。
- (4) z のデータの分散が 1250 である p のうち、値が最大のものは $\boxed{\text{シス}}$ である。
- (5) x と z のデータの共分散を s_{xz} とし、 y と z のデータの共分散を s_{yz} とするとき、 $\frac{s_{yz}}{s_{xz}} = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}$ である。
- (6) x と z のデータの相関係数が -1 である p のうち、値が最大のものは $\boxed{\text{タチ}}$ である。

(計 算 用 紙)

II 1 辺の長さが $2\sqrt{6}$ の正六角形 ABCDEF を考える。

- (1) 点 P を $\triangle ABP$ が正三角形となるようにとるとき、 $\triangle ABP$ の面積は

$$\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}} \text{ である。}$$

- (2) 線分 AC の長さは $\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (3) 正六角形 ABCDEF の 6 個の頂点のうち、3 点を結んでできる三角形の総数は $\boxed{\text{オカ}}$ であり、それらの三角形のうち、面積が最大である三角形の面積は $\boxed{\text{キク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

- (4) 辺 AB, CD, EF を 2 : 1 に内分する点をそれぞれ G, H, I とするとき、 $\triangle GHI$ の面積は $\boxed{\text{コサ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

- (5) 正六角形 ABCDEF の周上の異なる 3 点 J, K, L が、 $JK = KL = LJ$ を満たしながら動くとき、 $\triangle JKL$ の面積の最小値は $\frac{\boxed{\text{スセ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

- (6) 正六角形 ABCDEF の内部に点 Q をとる。 $\triangle ABQ$, $\triangle CDQ$, $\triangle EFQ$ の面積をそれぞれ S_1, S_2, S_3 とする。 $S_1 : S_2 : S_3 = 1 : 3 : 4$ が成り立つとき、 $S_1 = \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

III 座標平面において、次の媒介変数で表される曲線 C を考える。

$$x = \cos^2 t, \quad y = \sin 2t \cos 2t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}\right)$$

C 上の点 $P\left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ における接線を ℓ とする。

(1) $y = \sin 2t \cos 2t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}\right)$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\frac{dx}{dt}$ と一致するものを、次の ①～⑧ のうちから 1 つ選ぶと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

① $2 \cos t$ ② $2 \sin t$ ③ $-2 \cos t$ ④ $-2 \sin t$

⑤ $\cos 2t$ ⑥ $\sin 2t$ ⑦ $-\cos 2t$ ⑧ $-\sin 2t$

(3) $s = \sin 2t \quad \left(0 < t < \frac{\pi}{4}\right)$ とおく。 $\frac{dy}{dx}$ を s を用いて表すと

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{\text{エ}} s - \boxed{\text{オ}} s^{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。

(4) ℓ の方程式は $y = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} x - \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(5) C と x 軸で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(6) C 上の点 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ を Q とする。 C の弧 PQ , ℓ , x 軸で囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}} + \frac{\boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{トナ}}}$$

である。

(7) C と x 軸で囲まれた部分を、 x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積

は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}} \pi$ である。

(計 算 用 紙)