

## 数 学

(解答番号  $^1 \square \sim ^{49} \square$ )

## 解答上の注意

- 1) 問題の文中の  $^1 \square$ ,  $^2 \square$  などの一つ一つには、特に指示のない限り、それぞれ0から9までの数字が一つ入る。 $\square$ の左上の数字は「解答番号」である。
- 2) 2個並んだ  $\square \square$  は2桁(けた)の正の整数を表す。3個以上並んだ場合も同様である。
- 3)  $\square$ の前に「-」がついている場合は負の整数を表す。例えば、 $-\square$ は1桁の負の整数を表し、 $-\square\square$ は2桁の負の整数を表す。
- 4)  $\frac{\square}{\square}$ ,  $\frac{\square}{\square\square}$ ,  $-\frac{\square}{\square}$ などは分数を表す。分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
- 5) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $\square\sqrt{\square}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。
- 6) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I 座標平面上に円  $C: x^2 + y^2 - 10y + 16 = 0$  と直線  $\ell: y = -x + k$  がある。ただし、 $k$  は実数とする。  $C$  の中心を  $P$  とする。

(1)  $P$  の座標は  $\left( {}^1\Box, {}^2\Box \right)$  であり、  $C$  の半径は  ${}^3\Box$  である。

(2)  $C$  と  $\ell$  が共有点をもつ  $k$  の値のうち最大のものは  ${}^4\Box + {}^5\Box \sqrt{{}^6\Box}$  である。

(3)  $k < 0$  とし、  $P$  と  $\ell$  との距離は  $4\sqrt{2}$  であるとする。このとき、  $k = -{}^7\Box$  である。

(4)  $C$  と  $\ell$  は異なる 2 点  $A, B$  で交わるとする。ただし、  $A$  の  $x$  座標は  $B$  の  $x$  座標より小さいとする。  $\ell$  と  $x$  軸との交点を  $Q$  とする。

(i) 3 点  $A, B, P$  は一直線上にないとし、 三角形  $ABP$  の面積が最大となる  $k$  の値のうち最大のものを  $\alpha$  とする。このとき、  $\alpha = {}^8\Box$  であり、  $k = \alpha$  のとき 三角形  $ABP$  の面積は  $\frac{{}^9\Box}{{}^{10}\Box}$  である。

(ii)  $AB = \frac{14}{3}$  となる  $k$  の値のうち最小のものを  $\beta$  とする。このとき、  $\beta = \frac{{}^{11}\Box}{{}^{12}\Box}$  であり、  $k = \beta$  のとき  $AQ \cdot BQ = \frac{{}^{13}\Box {}^{14}\Box {}^{15}\Box}{{}^{16}\Box}$  である。

(計 算 用 紙)

II 座標空間に 8 点  $A(0,0,0)$ ,  $B(3,0,0)$ ,  $C(3,1,0)$ ,  $D(0,1,0)$ ,  $E(0,0,2)$ ,  $F(3,0,2)$ ,  $G(3,1,2)$ ,  $H(0,1,2)$  がある。線分  $EF$  を  $2:1$  に内分する点を  $I$ , 線分  $HG$  を  $k:1-k$  に内分する点を  $J$  とし, 点  $E$  から平面  $AIJ$  に下ろした垂線を  $EK$  とする。ただし,  $k$  は  $0 < k < 1$  を満たす実数とする。

(1)  $k = \frac{2}{3}$  とする。このとき,  $|\vec{AJ}| = {}^{17}\square$  であり,  $\vec{AI} \cdot \vec{AJ} = {}^{18}\square$  である。

また, 三角形  $AIJ$  の面積は  $\sqrt{{}^{19}\square}$  であり, 四面体  $AEIJ$  の体積は  $\frac{{}^{20}\square}{{}^{21}\square}$  である。

(2)  $\vec{JA} \cdot \vec{JI}$  の値が最小となる  $k$  の値を  $\alpha$  とする。このとき,  $\alpha = \frac{{}^{22}\square}{{}^{23}\square}$  であ

る。 $k = \alpha$  のとき  $|\vec{EK}| = \frac{{}^{24}\square}{{}^{25}\square} \sqrt{{}^{26}\square}$  であり,  $K$  の  $z$  座標は  $\frac{{}^{27}\square}{{}^{28}\square}$  である。

(3) 線分  $DH$  を  $3:1$  に内分する点を  $L$  とし, 平面  $AIJ$  は  $L$  を通るとする。このとき,  $k = \frac{{}^{29}\square}{{}^{30}\square}$  である。また, 直方体  $ABCD-EFGH$  を平面  $AIJ$  で切っ

てできた立体  $AEILHJ$  の体積は  $\frac{{}^{31}\square}{{}^{32}\square}$  である。

(計 算 用 紙)

III 数列  $\{a_n\}$  は  $a_4 = -8$ ,  $a_9 = 7$  である等差数列とし,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$  とする。ま

た, 数列  $\{b_n\}$  は  $b_2 = a_{11}$ ,  $b_5 = a_6$  である等差数列とし,  $T_n = \sum_{k=1}^n b_k$  とする。

(1)  $a_n$  の初項は  $-^{33}\square^{34}\square$  であり, 公差は  $^{35}\square$  である。

(2)  $b_n$  の初項は  $^{36}\square^{37}\square$  であり, 公差は  $-^{38}\square$  である。

(3)  $S_5 = -^{39}\square^{40}\square$  である。また,  $S_n$  が正の数となる最小の自然数  $n$  は  $^{41}\square^{42}\square$  である。

(4)  $T_n$  が正の数となる最大の自然数  $n$  は  $^{43}\square$  である。

(5) 数列  $\{c_n\}$  を条件  $c_n = a_n b_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) によって定める。また,  $U_n = \sum_{k=1}^n c_k$  とする。

(i)  $c_n$  が正の数となる自然数  $n$  のうち最大のものを  $m$  とする。このとき,  $m = ^{44}\square$  であり,  $U_m = -^{45}\square^{46}\square^{47}\square$  である。

(ii)  $U_n < -2026$  となる最小の自然数  $n$  は  $^{48}\square^{49}\square$  である。

(計 算 用 紙)