

物 理

I 以下の設問 A, B, C の文章を読み、空欄 1 ~ 18 にもっとも適切な式もしくは数値を記入せよ。

I-A

質量 m の小球が、静止した半径 R のなめらかな面をもつ球に衝突するときの運動を考える。小球の運動への重力の影響は無視できるとする。

図 1a のように、球に向かって小球が速度 $\vec{v}$ ($|\vec{v}| = v$) で等速度運動し、球面の点 A で衝突する。球の中心を原点とし、 $\vec{v}$ と平行に x 軸をとり、点 A が xy 平面上にあるように y 軸をとる。また、衝突前の小球と x 軸の距離を a ($a < R$)、 $\vec{v}$ は x 軸の正の向きである。図 1a のように、 $\vec{OA}$ と x 軸負の向きとのなす角を θ_A [rad] ($0 \leq \theta_A < \frac{\pi}{2}$) とする。小球と球の衝突は、図 1b のように小球となめらかな床との斜めの衝突 (小球と床の間の反発係数 e は 1 に等しい) とみなすことができる。また、球の質量は十分大きく、衝突後の球の並進運動と回転運動は無視できる。 1 ~ 3 には m , v , θ_A のうち必要なものを用いて表した式を記入せよ。

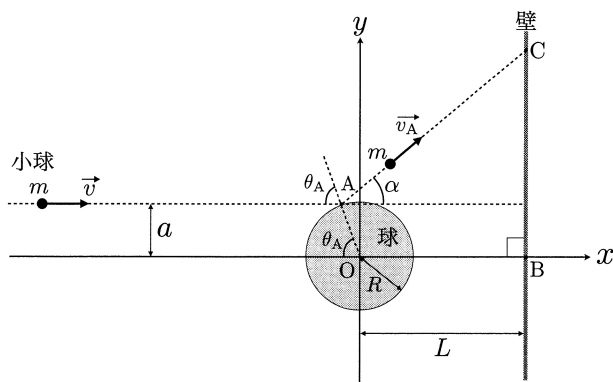


図 1a

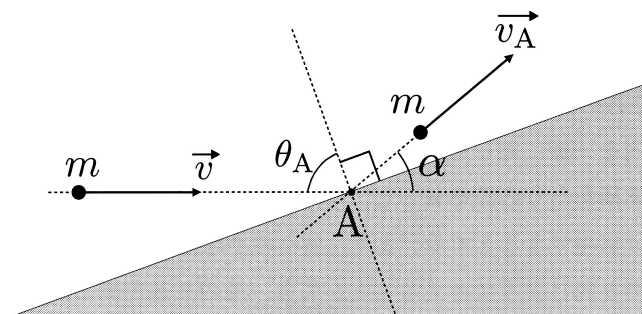


図 1b

衝突後の小球の速度を $\vec{v}_A$ とする。 $\vec{v}_A$ の大きさは $|\vec{v}_A| = \boxed{1}$ であり、図 1a と図 1b のように $\vec{v}_A$ と x 軸正の向きとのなす角を α [rad] ($0 < \alpha \leq \pi$) とすると、 α と θ_A の関係は $\alpha = \left(\boxed{2} \right)$ となる。このとき、衝突によって小球は球から大きさ $\boxed{3}$ の力積を受けている。

次に、図 1a のように球と衝突した小球が $x = L (> R)$ の平面上に設置されている壁上のどの位置に到達するかを考える。壁は十分大きく、 $\vec{v}_A$ の x 成分が正であれば小球は壁に到達する。小球は球と衝突後、 a が $\left(\boxed{4} \right) \times R < a$ を満たすならば壁に到達する。 a がこの条件を満たすとする、壁と x 軸の交点 B と小球の壁上の到達点 C との距離 BC は m, v, R, θ_A, L のうち必要なものを用いて

$$BC = R \sin \theta_A + \left(\boxed{5} \right) \times \tan \left(\boxed{2} \right) \quad (1)$$

と表せる。 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ [rad] のとき、 a は R を用いて $a = \boxed{6}$ と表すことができ、このときの BC を R_1 とすると、(1) 式より R_1 は L と R を用いて $R_1 = \left(\boxed{7} \right)$ となる。

I-B

図2のように **I-A** の球に，多数の小球から成る流れが衝突する場合を考える。小球の質量は m で，小球の大きさは無視でき，小球は半径 $R_0(> R)$ の円柱内を一様に同じ速度で流れている。小球の速さを v ，円柱内の小球の単位体積あたりの数を n とし，小球同士の衝突と，小球の運動への重力の影響は無視できるとする。また，個々の小球と球の衝突は **I-A** の小球と球の衝突と同じように考えることができ，球の並進運動と回転運動は常に無視できるとする。図2のように，**I-A** と同様，衝突前の小球の速度が x 軸正の向きになるように x 軸をとり， $x = L$ の位置に壁を設置し， x 軸と壁の交点を B とする。また，円柱の中心軸は x 軸である。図2は紙面上向きに y 軸正の向き， z 軸正の向きを紙面裏から表に垂直にとった図で，図3は x 軸正の向きを紙面表から裏に垂直にとり，紙面上向きに y 軸正の向き，紙面右向きを z 軸正の向きにとった図である。 8 ～ 10 には m, n, v, R のうち必要なものを用いて表した式を記入せよ。

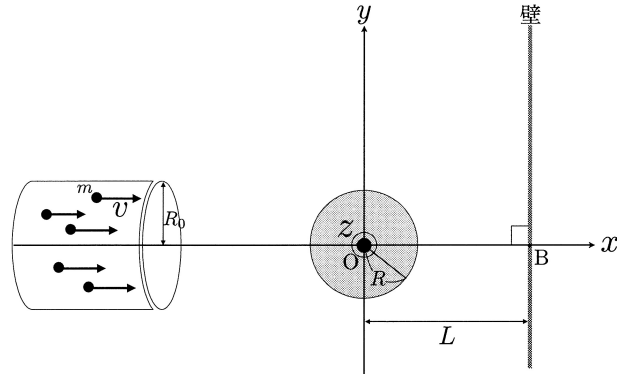


図2

小球の流れが球に衝突しはじめて十分時間がたった後，単位時間あたり 8 個の小球が球に衝突する。衝突前の x 軸からの距離が a の小球は， x 軸を回転軸とした回転により図1aの小球の運動とみなすことができる。衝突した小球のうち壁に到達する小球は，図3の点 B を中心とする半径 R の壁上の円の外側で壁に到達する。**I-A** で求めた θ_A と α の関係を用いると，時間 $\Delta t (> 0)$ の間に球に衝突した小球のうち $\left(\text{9} \right) \times \Delta t$ 個の小球が

衝突後に壁に到達し，そのうち点 B を中心とした半径 $R_1 = \left(\boxed{7} \right)$
 の壁上の円内に到達する小球の個数は $\left(\boxed{10} \right) \times \Delta t$ 個である。

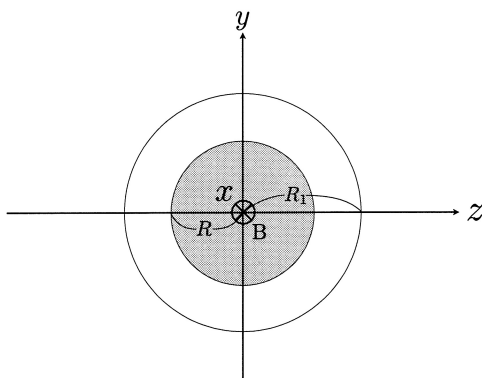


図 3

I-C

図4のように、遠方から太陽近辺に向かってくる質量 m の物体の運動を考える。物体にはたらく力は太陽からの万有引力のみであるとし、太陽の質量を M 、万有引力定数を G とする。また、物体と太陽の大きさは無視でき、質量 M は m より十分大きいとする。このとき物体は平面上を運動し、図4のように太陽が原点、物体が xy 平面上にあるように x 軸と y 軸をとる。太陽の位置は常に原点にあり、物体は xy 平面上を運動し、物体と太陽の間の距離を r とする。また、物体の速さが十分大きく、 xy 平面上の物体の軌道が楕円ではなく双曲線となる場合を考える。

はじめに物体は太陽からの万有引力が無視できるほど r が十分大きいところにある。ここでは物体の速度は x 軸と平行で、 x 軸からの距離が b の直線 (直線1) 上を速さ v_0 で x 軸正の向きに運動している。その後、物体は太陽に近づくと速度が変化し、太陽から十分に離れると再び速さ v_0 の直線運動をする。この物体の軌道では力学的エネルギー保存の法則だけでなくケプラーの第二法則である面積速度一定の法則が成立する。

物体の位置を点 P とする。図4のように物体の太陽からの距離が r のとき、物体の速さを v 、 $\overrightarrow{PO}$ と物体の速度がなす角を ϕ [rad] ($0 \leq \phi \leq \pi$) とする。このとき、太陽がつくる万有引力の位置エネルギーの基準点を無限遠にとると、物体がもつ力学的エネルギー E は、11 には r 、 m 、 M 、 G のうち必要なものを用いて

$$E = \text{11} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

と表すことができる。 E は $E > 0$ であるとする。この場合、物体の軌道は双曲線となる。また、物体と太陽を結ぶ線分が単位時間あたりに通過する面積 S は v 、 r 、 ϕ を用いて $S = \text{12}$ となる。面積速度一定の法則より、 S は時間によらず一定である。物体の速度が x 軸と平行であるとき、 S は b と v_0 を用いて $S = \text{13}$ と表すことができる。

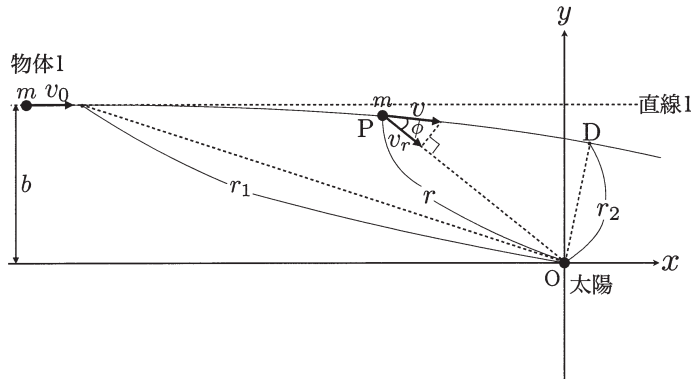


図 4

物体が描く軌道を考える。図 4 のように、物体と太陽の距離が r のとき、物体の速度の原点方向の成分の大きさを v_r とすると、 v_r は $v_r = v |\cos \phi|$ と表すことができる。そこで物体の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ を m , v_r , S と r を用いて表すと E は

$$E = \boxed{11} + 2m \left(\frac{S}{r} \right)^2 + \frac{1}{2}mv_r^2 \quad (3)$$

となる。物体の軌道上では E と S が r と v_r に依らずに一定であるので、物体と太陽の距離が r のときの v_r を (3) 式から求めることができる。そこで、(3) 式の右边で $\frac{1}{2}mv_r^2$ を除いた式を $V(r) = \boxed{11} + 2m \left(\frac{S}{r} \right)^2$ として r と v_r の関係を考える。 $V(r)$ は、 $u = \frac{1}{r}$ とおいたとき、 u について下に凸の 2 次関数になっているので、 $V(r)$ を最小にする r があることが分かる。 $V(r)$ が $r = r_1$ で最小となるとすると、 $V(r)$ は

$$V(r) = 2mS^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right)^2 + V(r_1) \quad (4)$$

と表すことができ、 r_1 は m , S , G , M のうち必要なものを用いて $r_1 = \boxed{14}$ となる。はじめ、 r が十分大きいので、 $V(r)$ はゼロであり E は $E = \frac{1}{2}mv_0^2$ である。物体が太陽に近づいてくると r が小さくなり、物体が $r = r_1$ に到達するまで $V(r)$ が減少していき、 v_r は増大していく。 $r = r_1$ のとき v_r は最大となり、このときの v_r を $v_r = v_{r1}$ とする。 v_{r1} は $\boxed{15}$ に

m, S, G, M のうち必要なものを用いて表すと $v_{r1} = \sqrt{\frac{2E}{m} + \boxed{15}}$

となる。 r が r_1 より小さくなると v_r は減少に転じ、物体は $v_r = 0$ となる点 D に到達する。点 D と原点の距離を r_2 とする。 r_2 は力学的エネルギーの保存則により $\frac{1}{2}mv_{r1}^2 + V(r_1) = V(r_2)$ の方程式を解くことによって求まる。この方程式を $u_2 = \frac{1}{r_2}$ として u_2 について解くと、 u_2 は m, r_1, S, v_{r1} のうち必要なものを用いて

$$u_2 = \boxed{16} + \left(\frac{v_{r1}}{2S} \right) \quad (5)$$

と表すことができる。

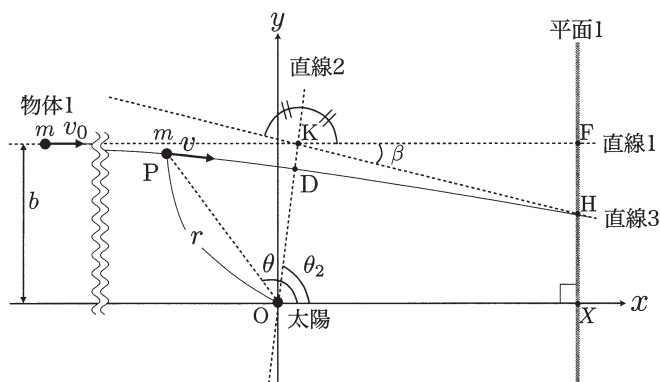


図 5

図 5 のように、物体は $r = r_2$ の点 D を過ぎた後、原点と点 D を結ぶ直線 (直線 2) を対称軸として線対称の軌道を描き、原点から十分離れたところでは直線 3 に十分近づく。直線 3 は直線 2 を対称軸として直線 1 と線対称である。原点から十分離れた $x = X (> 0)$ の平面 (平面 1) 上で、物体がどこに到達するかを考える。図 5 のように $\overrightarrow{OD}$ と x 軸正の向きとのなす角を θ_2 [rad] ($\theta_2 > 0$) とし、平面 1 と直線 1 の交点を F、平面 1 と直線 3 の交点を H、直線 1 と直線 3 の交点を K として、 $\overrightarrow{KF}$ と $\overrightarrow{KH}$ がなす角を β [rad] ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) とする。 θ_2 は β を用いて $\theta_2 = \left(\boxed{17} \right)$ と表すことができる。

図5のように $\overrightarrow{OP}$ の x 軸正の向きに対する角度を θ [rad] ($-\beta \leq \theta \leq \pi$) とし、反時計まわりを θ の正の向きとする。この軌道上では、 r と θ は

$$r = \frac{1}{\boxed{16} + \left(\frac{v_{r1}}{2S}\right) \cos(\theta - \theta_2)} \quad (6)$$

という関係式を満たす。物体が十分原点から離れ、物体が直線 1 上にあるときは $\theta = \pi$ [rad] とみなせるので $\cos \theta_2$ は (6) 式の右辺の分母がゼロになる条件を解くことにより $\cos \theta_2 = \left(\frac{2S}{v_{r1}}\right) \times \left(\boxed{16}\right)$ と求まる。物体が平面 1 に到達するときには、物体は直線 3 上の点 H にあり、 β は十分小さいとする。このとき、 $\sin \frac{\beta}{2} \doteq \frac{\beta}{2}$ の近似式を用いて β を $\cos \theta_2$ で表すことができる。 $\tan \beta \doteq \beta$ の近似式を用いると、距離 FH と距離 FK の比は、 m , r_1 , S , v_{r1} のうち必要なものを用いて

$$\frac{FH}{FK} = \left(\frac{1}{v_{r1}}\right) \times \left(\boxed{18}\right) \times \left(\boxed{16}\right) \quad (7)$$

と表すことができる。

II 以下の設問 A, B, C の文章を読み、空欄 1 ～ 11 にもっとも適切な式もしくは数値、ア，イ にそれぞれもっとも適切な語句 (漢字 2 文字) を記入せよ。

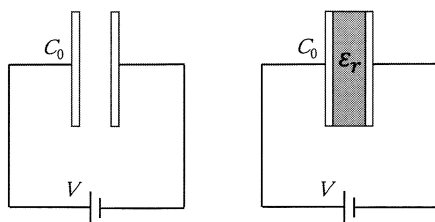


図 1

II-A

真空中において、図 1(左) のように極板の間隔 d [m] が十分小さい電気容量 C_0 [F] の平行板コンデンサーを、起電力 V [V] の電池に抵抗の無視できる導線でつないだ。十分時間が経つと、それぞれの極板にたまった電気量の大きさは一定値となった。このとき、極板間の電場は一樣で極板に垂直であり、その強さ E_0 [N/C] は $\frac{1}{d} \times$ 1 [N/C] に等しい。真空の誘電率を ϵ_0 [F/m]，極板の面積を S [m²] とすると、この平行板コンデンサーの電気容量 C_0 [F] は $\frac{1}{d} \times$ 2 [F] に等しい。その後、図 1(右) のように、起電力 V [V] の電池につながれたままの極板間に比誘電率 ϵ_r で厚み d [m] の誘電体を、ゆっくりとすきまなく挿入した。すると、ア 分極により誘電体の表面に電荷が現れ、その電荷による電場が、極板の電荷による イ を弱めた。十分時間が経過した後、挿入前に比べ、極板間の電場の強さは 3 倍、それぞれの極板の電気量の大きさは 4 倍となった。また、挿入後のコンデンサーの電気容量 C [F] は $C = \frac{1}{d} \times$ 2 $\times$ 5 [F] と表せる。

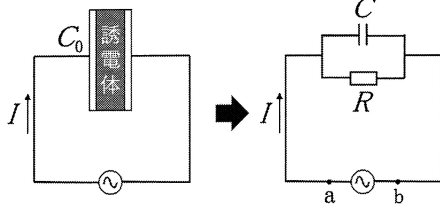


図2 等価回路

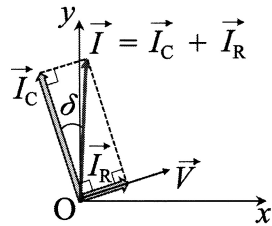


図3 ある時刻における
電流ベクトルと位相のずれ

II-B

誘電体の中には、外部の電場のあるなしにかかわらず、誘電体を構成する分子中で分極した状態が常に維持されるものがある。外部の電場がない場合、分子中の正負の電荷が作り出す電場は、分子ごとにバラバラの向きをもつ。外部の電場がかかると、分子の向きが変化し、分子中の正負の電荷が作り出す電場が、外部の電場の方向と同じ方向になるように整列する。このような分子からなる誘電体を、II-A で用いた電気容量 C_0 [F] の平行板コンデンサーの内部にすきまなく挿入し、電池の代わりに振幅 V_0 [V]、角周波数 ω [rad/s] の交流電源に接続し、 ω を増大させていく。これら分子の向きが変化するためには一定の時間がかかるため、角周波数 ω が十分高くなると、分子中の正負の電荷が作り出す電場の方向と外部の電場の方向との間に、一定のわずかなずれが生じるようになる。この結果、平行板コンデンサーに流れる交流電流の位相が、ずれが生じない低い角周波数の場合(電圧の位相に対し $\frac{\pi}{2}$ 進む)に比べ、わずかに遅れる。この位相の遅れ(微小変化)の大きさを $\delta (\ll 1)$ [rad]、遅れが生じるときの角周波数を $\omega = \omega_\delta$ [rad/s] とし、 δ は時間変化しないものとする。このとき、平行板コンデンサーに流れる交流電流を表す回路は、図2に示されるように、電気容量 C [F] のコンデンサーと抵抗値 R [Ω] の抵抗器を並列につなげた回路に等価であるとみなせる。このような回路を等価回路とよぶ。等価回路のコンデンサーに流れる交流電流を I_C [A]、抵抗器に流れる交流電流を I_R [A]、回路全体に流れる交流電流を I [A]、交流電源の電圧を V [V] とし、これらの電流や電圧のベクトル、および位相の遅れ δ は図3のよう

に表せるものとする。ただし，等価回路において図2に示された矢印の向きに電流が流れるとき，点bに対する点aの電位を正とする。 ω_δ , R , V_0 , C の中から必要なものを用いると，電流ベクトル $\vec{I}_R$ の大きさは [A]，電流ベクトル $\vec{I}_C$ の大きさは $\times$ [A] と表せる。 ω_δ , δ , V_0 , C の中から必要なものを用いると，等価回路において抵抗値 R [Ω] は $R =$ [Ω]，抵抗器がジュール熱として消費する電力 P [W] の時間平均 $\bar{P}$ [W] は $\bar{P} =$ [W] と表せる。電力 P [W] は，実際にコンデンサーで消費される電力に等しい。

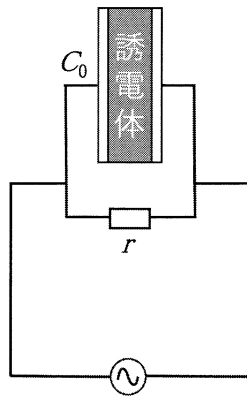


図4

II-C

図4のようにII-Bで用いた誘電体が挿入された平行板コンデンサーに抵抗値 r [Ω] の抵抗器を，抵抗が無視できる導線で並列につなぎ，角周波数 ω_δ [rad/s]，振幅 V_0 [V] の交流電源につないで回路を作り電流を流した。このとき，抵抗値 r [Ω] の抵抗器がジュール熱として消費する電力の時間平均を $\bar{P}_r$ [W]，平行板コンデンサーと抵抗器を含む回路全体で消費される電力の時間平均を $\bar{P}_t$ [W] とする。 $\bar{P}_r$, $\bar{P}_t$ は， $\bar{P}_r = V_0^2 \times \left(\frac{\text{10}}{\text{11}} \right)$ [W]， $\bar{P}_t = V_0^2 \times \left(\frac{\text{11}}{\text{12}} \right)$ [W] と表せる。ただし，， は，それぞれ ω_δ , C , δ , r の中から必要なものを用いて表すものとする。

化 学

大問I～IIIに答えよ。（問題は化13ページまでである）

化学の問題は次ページから始まる

I 次の文章を読み、以下の設問(1)～(12)に答えよ。また、必要であれば次の値を使用せよ。

気体定数 $R = 8.31 \times 10^3 \text{ Pa}\cdot\text{L}/(\text{mol}\cdot\text{K})$, $\log_{10} 2 = 0.300$, $\log_{10} 3 = 0.480$, $\log_{10} 5 = 0.700$ 。

化石燃料の燃焼や火山活動などから放出される**気体A**や**気体B**、**気体C**は、大気中でいくつかの化学反応を経て硫酸や硝酸となり、雨水に溶け込み、酸性雨として生態系や建造物に影響を与えることが知られている。これらの気体の性質を調べるため、以下の**実験1**～**3**を行った。また、全ての実験は大気圧($1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$)、 300 K の条件下で行った。

実験1 (i) 試験管内の銅に濃硫酸を加えて加熱し、発生した**気体A**を下方置換により集気瓶に捕集した。

(ii) 操作(i)で発生した**気体A**を駒込ピペットで吸い取り、別の試験管に入れたヨウ素ヨウ化カリウム水溶液に吹き込んだ。

(iii) 操作(i)で発生した**気体A**を駒込ピペットで吸い取り、別の試験管に入れた硫化水素水に吹き込んだ。

実験2 (i) 試験管内の銅に濃硝酸を加えて**気体B**を発生させ、下方置換により集気瓶に捕集した。

(ii) ビーカーに水を入れ、操作(i)で発生した**気体B**を注射器で吸い取りそのまま注射器の先をビーカー内の水に入れた。

実験3 試験管内の銅に希硝酸を加えて**気体C**を発生させ、水上置換によりメスシリンダーに捕集した。

(1) **実験1**の操作(i)で**気体A**が発生する反応を、化学反応式で表せ。

(2) 設問(1)の化学反応について、濃硫酸に含まれる硫黄原子の酸化数と、**気体A**に含まれる硫黄原子の酸化数をそれぞれ答えよ。

(3) **実験1**の操作(i)の後、濃硫酸を取り除くと、白色の沈殿が残った。この白色沈殿に水を加えると青色の水溶液となり、この水溶液にアンモニア水を加えると、青白色の沈殿が生じた。さらにアンモニア水を加えていくと、沈殿は溶解し深青色の水溶液となった。この深青色の水溶液中に生成した錯イオンの化学式を書け。

- (4) **実験 1** の操作(ii)を行うと、ヨウ素ヨウ化カリウム水溶液の色が変化した。水溶液中で起きた反応を、化学反応式で表せ。また、水溶液の色が変化した理由を“還元”の語句を用いて説明せよ。
- (5) **実験 1** の操作(iii)を行うと、硫化水素水が白く濁った。硫化水素水中で起きた反応を、化学反応式で表せ。また、白く濁った理由を“酸化”の語句を用いて説明せよ。
- (6) **実験 2** の操作(ii)を行うと、注射器の中に自然に水が吸い上げられる様子が観測された。水が吸い上げられた理由を説明せよ。
- (7) **実験 2** 終了後、注射器内の水にメチルオレンジを加えると、赤色に変化し酸性を示した。酸性を示した理由を、化学反応式を用いて説明せよ。
- (8) **実験 3** で 0.192 g の銅 (原子量 64.0) が反応し、発生した**気体 C**すべてを捕集したところ、メスシリンダー内は**気体 C**と水蒸気のみで満たされ、その体積は 52.0 cm^3 になった。メスシリンダー内の**気体 C**の分圧は何 Pa か、有効数字 2 桁で答えよ。ただし、気体は全て理想気体として扱い、**気体 C**の水への溶解は無視できるものとする。
- (9) 設問(8)で答えた**気体 C**の分圧を p 、大気圧を P_A 、300 K における水の蒸気圧を p_w とすると、**気体 C**を捕集した後のメスシリンダー内と外の水面の高さの差は何 cm か、式で表せ。必要であれば水の密度 d_w 、水銀の密度 d_{Hg} を用いよ。ここで、水柱と水銀柱の高さをそれぞれ h_w 、 h_{Hg} とすると、水柱と水銀柱が作る圧力が同じ場合、 $d_w h_w = d_{\text{Hg}} h_{\text{Hg}}$ が成り立つ。また、水銀柱が作る圧力と大気圧が等しいとき、水銀柱の高さは 76 cm とする。

(次ページへ続く)

- (10) 気体A, 気体B, 気体Cの濃度が無視できるほど低い清浄な大気では、雨水の pH は大気中の CO₂ の分圧に依存している。 CO₂ の圧力が 1.00×10^5 Pa のとき、CO₂ は 300 K で水 1.00 L に 30.0×10^{-3} mol 溶ける。水に溶けた CO₂ は H₂CO₃ となり、以下の電離定数 K_a にしたがって H⁺ を生成する。



大気中の CO₂ のモル分率を 4.00×10^{-4} として、雨水の pH を有効数字 2 桁で求めよ。
ここで、OH⁻ の濃度は無視できるほど小さく、HCO₃⁻ の電離 ($\text{HCO}_3^- \rightleftharpoons \text{H}^+ + \text{CO}_3^{2-}$) は無視できるものとする。また、気体の溶解により水の体積は変化しないものとする。

- (11) 設問(10)の下線部は“溶解度の小さい気体では、一定温度のもとで一定量の溶媒に溶ける気体の物質量は、その気体の圧力に比例する”という法則に従っている。この法則名を答えよ。
- (12) 設問(10)で OH⁻ の濃度を無視しなかった場合、H⁺ の濃度 [H⁺] は電離定数 K_a 、H₂CO₃ の濃度 [H₂CO₃]、および水のイオン積 K_w を用いてどのように表されるか、式で答えよ。

Ⅱ 金属結晶とイオン結晶に関する以下の文章を読み，設問(1)～(11)に答えよ。ただし，設問(11)以外の数字や式で解答する問題は，根号(ルート)や π がある場合はそのまま式に用いて答えること。たとえば， $\sqrt{2} \times \pi$ は 1.41×3.14 と計算してはいけない。

図 1, 2 は金属結晶の単位格子を表したものである。図では構造を分かりやすくするために金属原子を小さく示しているが，原子は硬い球と考え，結晶中では最も近いところに存在する原子は互いに接しているものとして答えよ。

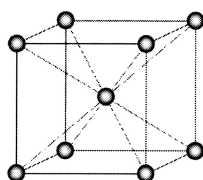


図 1

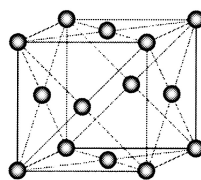


図 2

(1) 次の単位格子に関する表の①～④に当てはまる適切な数値を答えよ。

	単位格子の名称	単位格子中に含まれる 原子の数	配位数
図 1	体心立方格子	①	③
図 2	面心立方格子	②	④

(2) 鉄 Fe は 900°C 付近までは図 1 の単位格子になる。このときの鉄の原子半径 r [cm] を，単位格子の一辺の長さ a [cm] を用いて表せ。

(3) 鉄の原子量を M ，アボガドロ定数を N [/mol] としたとき，図 1 における鉄の密度 d_1 [g/cm³] を a ， M ， N を用いて表せ。

(4) 単位格子の体積に含まれる原子の体積の割合を充填率という。図 1 における鉄の充填率 (%) を求めよ。

(5) 鉄は $900 \sim 1400^{\circ}\text{C}$ において図 2 の単位格子に変化する。このとき，単位格子の一辺の長さ b [cm] は a の何倍になるか。ただし，原子半径 r は温度の影響を受けないものとする。

(6) 図 2 における鉄の密度を d_1 を用いて表せ。

(7) 一般に、金属は高温になるほど電気伝導性が小さくなる。その理由を答えよ。

(計算用紙)

(次ページへ続く)

イオン結晶の塩化セシウム CsCl 型結晶は、図 1 の単位格子の中心に陽イオンが、頂点に陰イオンが配置された図 3 のような構造をとる。このとき、陽イオンは全ての頂点の陰イオンと接しているが、陰イオンどうしは接していない。陽イオンの半径を r 、陰イオンの半径を R として以下の問いに答えよ。

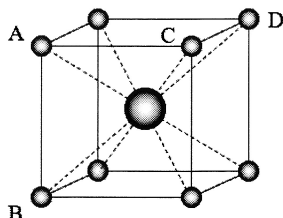


図 3

- (8) 仮に陽イオンを小さくしていくと、単位格子の一边が短くなり、陽イオンが頂点の陰イオンと接したまま、隣り合う陰イオン (A と B や、A と C) どうしが接することになる。このとき、AB, AD, BD の長さの比を、AB を 1 として答えよ。
- (9) (8) のとき、イオン半径の比 $n = r/R$ の値を、導出過程とともに答えよ。陽イオンがさらに小さくなって n がこの値よりも小さくなると、陽イオンと陰イオンの引力よりも陰イオンどうしの反発力が大きくなり、結晶は不安定になる。
- (10) (8) のとき、充填率 (%) を n を用いて表せ。
- (11) CsCl の結晶は $n = 0.93$ であり、隣り合う陰イオンどうしは接しておらず、安定な結晶を形成している。このとき、隣り合う陰イオンの間のすきま (陰イオン表面間の最短距離) は陰イオンの半径 R の長さの何パーセントになるか。有効数字 2 桁で求めよ。ただし、 $\sqrt{2} = 1.41$, $\sqrt{3} = 1.73$ とする。

III 次の問 1, 問 2 に答えよ。

問 1 以下の設問(1)～(4)の **ア～オ** の各文章には、間違いが含まれているものがある。間違っているものを記号で答えよ。ただし、一つとは限らない。

(1)

- ア** 炭酸ナトリウムと水酸化ナトリウムを、混合して加熱すると、メタンが発生する。
- イ** 酢酸ナトリウムと水酸化ナトリウムを、混合して加熱すると、メタンが発生する。
- ウ** シクロヘキサンには、いす形や舟形とよばれる配座異性体がある。
- エ** 130℃～140℃の濃硫酸に、エタノールを加えると、エチレンが生じる。
- オ** シクロプロパンは臭素 (Br_2) と反応して、1,2-ジブロモプロパンを生じる。

(2)

- ア** 炭化カルシウムに水を加えると、アセチレンが生じる。この反応では、炭素原子の酸化数には変化はない。
- イ** アセチレンに塩化水素を付加させ、塩化ビニルを合成して、これを置換反応させると、ポリ塩化ビニルになる。
- ウ** アセチレンに水を付加させると、安定で、単離できるビニルアルコールが生じる。
- エ** アセチレンが付加重合をすると、ポリアセチレンになる。ポリアセチレンに、ヨウ素 I_2 を加えなくても、ポリアセチレンそのものは電気をよく通す性質がある。
- オ** アセチレンを赤熱した鉄に接触させると、ベンゼンになる。

(3)

- ア** 酢酸カルシウムに多量の空気を入れて加熱すると、アセトンが生じる。この操作を乾留という。
- イ** アセトン、メタノール、エタノールは、それぞれヨードホルム反応を示す。
- ウ** 2-プロパノールのヨードホルム反応の時に加えるヨウ素 I_2 は、還元剤の働きをしている。
- エ** 乳酸 (示性式 $\text{CH}_3\text{CH}(\text{OH})\text{COOH}$) は、不斉炭素とカルボキシ基があるので、ヨードホルム反応を示さない。
- オ** グルコースを乳酸発酵させると、乳酸が生じる。

(4)

- ア クメン法は、工業的にフェノールとアセトンを製造する方法である。
- イ フェノールに過剰の臭素 (Br_2) を反応させると、黄色の 2,4,6-トリブロモフェノールが生じる。また、フェノールにニトロ化を行うと、黄色のピクリン酸が生じる。
- ウ フェノールに無水酢酸を加えると、酢酸フェニルと水が生じる。
- エ 分子式 $\text{C}_7\text{H}_8\text{O}$ で示される化合物のうち、ベンゼン環を含む有機化合物の構造異性体は、2 種類である。
- オ 分子式 $\text{C}_{10}\text{H}_8\text{O}$ で示される化合物のうち、ナフタレン環を含む有機化合物の構造異性体は、2 種類である。

(次ページへ続く)

問 2 アセチルサリチル酸からサリチル酸メチルを、次の手順（操作ア～操作カ）で合成した。以下の設問(1)～(5)に答えよ。ただし、原子量はH=1.00, C=12.0, O=16.0とする。

操作ア 試験管に、アセチルサリチル酸 0.990 g を入れ、十分量の水酸化ナトリウム水溶液を加えて、十分な時間、加熱すると、サリチル酸二ナトリウムが生じた。

操作イ 操作アの後に、冷却した後、十分量の塩酸を加えて、白色固体を得た。

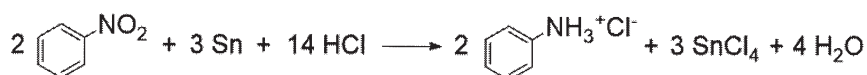
操作ウ 操作イで生じた白色固体をろ過して、得られた結晶を水で十分洗浄したあと、よく乾燥させた。

操作エ 操作ウの結晶を試験管に取り、メタノール 2 mL と沸騰石 2 個、濃硫酸を 1 mL 加えて、①ガスバーナーで十分に加熱した。

操作オ 操作エの溶液が冷えた後、炭酸水素ナトリウム水溶液を、泡の発生が完全なくなるまで、十分な量を加えた。試験管の下部に残っている油状物を残して、上層の水層の液は捨てた。

操作カ 操作オの油状物に、ジエチルエーテルを加えて、油状物をよく溶かした。これに、硫酸ナトリウム無水物を加えて、よく攪拌させた。溶液をろ過して、固形物を除去した。蒸発皿に溶液を移して、ジエチルエーテルを蒸発させると、サリチル酸メチルが得られた。

- (1) 操作アについて、完全に反応を進行させるには、水酸化ナトリウム (NaOH) は少なくとも何 mg 必要か。有効数字 3 桁で答えよ。ただし、NaOH の式量は 40.0 とする。
- (2) 操作エの下線部①について、試験管の中で起こる反応の化学反応式を、**書き方の例**にならって書け。ただし、触媒は化学反応式に書く必要はない。



化学反応式の書き方の例

- (3) 操作エの下線部①について、試験管をガスバーナーで直接加熱すると、引火して危険な場合がある。安全に、試験管を加熱するには、どのような工夫をすれば良いか、答えよ。
- (4) 操作オで、炭酸水素ナトリウム水溶液を加えた理由を答えよ。
- (5) 操作カの硫酸ナトリウム無水物の役割を答えよ。

生 物

解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。

漢字の生物用語は、原則として正しい漢字を用いて解答すること。

I 次の文章を読んで下の問いに答えよ。

免疫のしくみを応用して医療に活かす方法がいくつかある。そのひとつがワクチンによる予防接種である。ウイルスや細菌を弱毒化したものなどを注射すると一次応答を人為的に引き起こすことができる。その後、実際の病原体の感染が起こった場合、二次応答が引き起こされるので、感染症を予防することができる。

もうひとつに、毒素などを中和する抗血清がある。日本では毒ヘビであるマムシに噛まれるケースが年間約3千件あり、治療には速やかな抗血清投与が必要である。マムシ毒の抗血清はウマで作製されたものが使用されている。

Aさんはマムシに噛まれたため、病院で抗血清を投与してもらった。マムシ毒による症状は速やかに消失したが、急激なアレルギー反応により血圧低下が起こり意識を失った。過去の記録を調べると、4年前にもマムシに噛まれ抗血清による治療を行っており、今回は2度目であることが分かった。

問1. 免疫系の応答に関して、次の小問に答えよ。

- (1) 一次応答を経て新たに生じ、同じ抗原に対する二次応答で働く体液性免疫に関わる細胞を2つ挙げよ。
- (2) ある病原体に対するワクチンを投与して一次応答を生じた人が、数ヶ月後に実際の病原体に感染して二次応答を生じたとする。ワクチン投与後および病原体感染後の30日間に、この病原体に対する抗体の血中濃度はどのように変化するか。一次応答と二次応答の違いが明確になるように、解答欄のグラフに示せ。

問2. 血清の調製方法に関して、下の文の〔 〕内にある2つの選択肢のうち正しい方をそれぞれ選び、解答欄に順に記号を記入せよ。

(記入例:「a、c、e」)

血液を、血液凝固防止剤の〔a. 入った／b. 入っていない〕容器に採取し、〔c. 速やかに／d. しばらく静置したあと〕遠心分離して、〔e. 上層／f. 下層〕を回収する。

問3. 下線部に関して、次の小問に答えよ。

- (1) 下線部の状態を何と呼ぶか。
- (2) アレルギー反応が起こるしくみを、75字以内で説明せよ。

問4. 次の文章中の〔ア〕～〔ク〕に入る最も適切な語句または数字を解答欄に記入せよ。

マムシ毒の主な作用は出血を引き起こすことである。この作用機序の1つとして、血液中の血小板が減少することが挙げられる。血小板は大きさがおよそ〔ア〕 μm の無核の細胞で、傷口に凝集して止血に働く。また、血小板が放出する因子などが刺激となり、血液中のタンパク質や〔イ〕イオンなどの凝固因子が働き血液凝固反応が起こる。この反応では、活性化したタンパク質分解酵素である〔ウ〕が、血液中に溶けている〔エ〕の一部を切り取って〔オ〕に変える。〔オ〕は水に溶けにくい繊維状のタンパク質となり、血球と絡み合って〔カ〕を形成し、傷口を塞ぐ。一方で、血液には、〔カ〕を除去する〔キ〕というしくみが備わっている。〔キ〕では、〔ク〕という酵素が〔オ〕を分解することで、〔カ〕が溶かされる。

II 次の文章を読んで下の問いに答えよ。

遺伝子が発現する際、遺伝子上流にある特定の塩基配列からなる[ア]に[イ]が結合して転写が開始される。原核生物では機能的に関連のある遺伝子がゲノム上に隣接して存在し、これらがまとめて転写されることが多く、このような遺伝子群をオペロンという。[ア]の近くには[ウ]とよばれる転写調節領域があり、調節タンパク質が結合することでオペロンの発現が調節される。

大腸菌のトリプトファンオペロンには、トリプトファンを生産する酵素群をコードする遺伝子が5つある。これらの遺伝子は、1つの[ア]によって転写が制御され1本の[エ]として転写される。トリプトファンオペロンの転写は、リプレッサーとよばれる調節タンパク質によって調節される。リプレッサーは、単独では[ウ]に結合しないが、リプレッサーにトリプトファンが結合すると立体構造が変化し、リプレッサーの性質が変化して、[ウ]に結合するようになる。したがって、トリプトファン濃度が高いと、トリプトファンオペロンの転写が[①]される。

ラクトースオペロンには、ラクトースの取り込みと代謝にかかわる3つの遺伝子が含まれる。そのうち、*lacZ* 遺伝子はラクトースをグルコースとガラクトースに加水分解する酵素である[オ]をコードする。グルコースが存在する場合、カタボライト活性化タンパク質 (CAP) が[ア]の上流に結合せず、転写が[②]される。グルコースが存在しない場合、大腸菌により生産された[カ]が CAP と結合する。[カ]と結合した CAP は、[ア]の上流に結合しラクトースオペロンの転写を[③]する。その際、ラクトースが存在しないと、[ウ]にリプレッサーが結合することで、[イ]の[ア]への結合が阻害され、ラクトースオペロンの転写が[④]される。ラクトースが存在すると、リプレッサーにラクトースの代謝産物であるアロラクトースが結合することで、[ウ]への結合が阻害され、その結果、ラクトースオペロンの転写が[⑤]される。

問 1. 文章中の□ ア □～□ カ □に入る最も適切な語句を解答欄に記入せよ。

問 2. 下線部のような調節は酵素でもみられる。調節物質が酵素タンパク質の活性部位とは異なる部位に結合することでタンパク質の立体構造が変化し、酵素活性が変化する効果を何というか。

問 3. 文章中の[①]～[⑤]には、次の a か b のいずれかの語が入る。適語を選び、記号を解答欄に記入せよ。

a. 促進	b. 抑制
-------	-------

問 4. トリプトファンオペロンの転写が恒常的に起こる大腸菌の変異株を分離した。この変異株を調べたところ、リプレッサーをコードする遺伝子の塩基配列に変異が見つかり、その他のゲノム上の配列には変化がなかった。また、リプレッサーの発現はみられた。この変異によってリプレッサーにどのような性質の変化がもたらされたか。考えられる性質の変化を2つ挙げ、それぞれ25字以内で答えよ。

問5. 呼吸基質としてグルコースを含む培地で培養した大腸菌を、グルコースとラクトースの両方を含む培地に移して培養した。培地に移して培養を開始してから時間と大腸菌の密度の関係を図1に示した。

- (1) 図1の①と③の時間帯において大腸菌が利用した糖はそれぞれなにか。
- (2) 図1の②の時間帯において、大腸菌の密度の増加が一時的に止まっているのはなぜか。50字以内で答えよ。

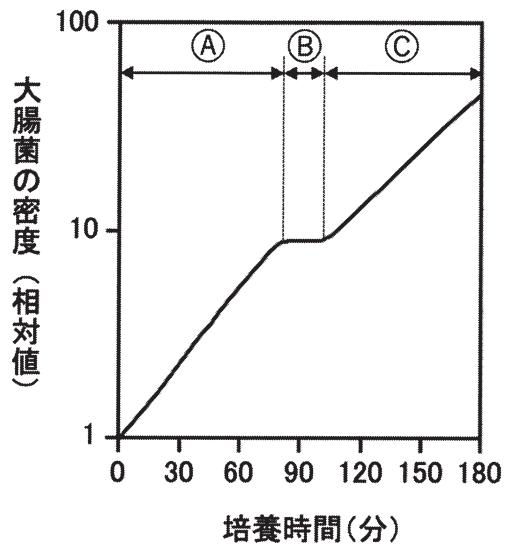


図1

問 6. 問 5 の実験と同様の条件で、呼吸基質としてグルコースを含む培地で培養した大腸菌を、呼吸基質としてラクトースのみを含んだ培地に移して培養した。この時、培地に移して培養を開始してからの時間と培地中のラクトース濃度、および の活性との関係は、それぞれ図 2 の点線で示したとおりとなった。

問 5 の実験のとおり、グルコースを含む培地で培養した大腸菌を、グルコースとラクトースの両方を含む培地へ移して培養した場合、培地中のラクトース濃度と の活性は、どのように変化するだろうか。培地に移した時間を 0 として、ラクトースのみ含む培地に移した時との違いがわかるように解答欄に示せ。

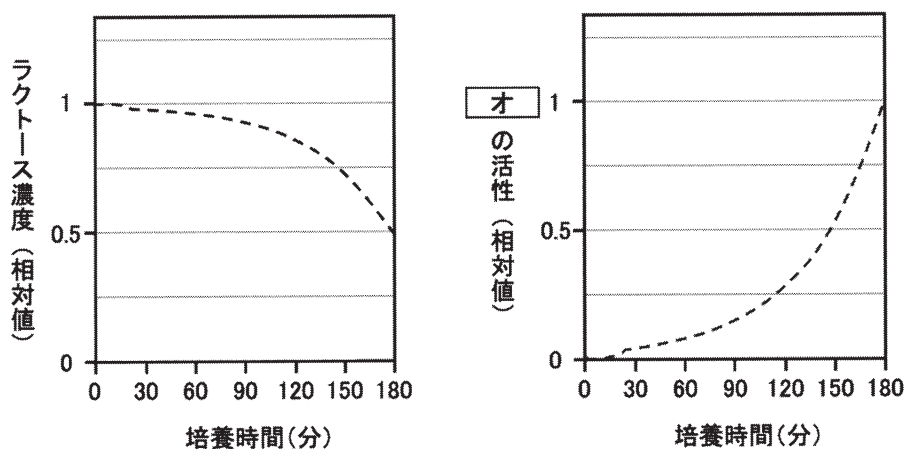


図 2

Ⅲ 次の文章を読んで下の問いに答えよ。

図 1 は末梢神経の断面とそれに含まれる神経軸索の拡大図を表したものである。神経軸索に巻き付いた[ア]と呼ばれる層状の構造がみられる。この構造をつくるのは[イ]と呼ばれる細胞で、[ア]をもつ神経は[ウ]神経と呼ばれる。^①こうした構造は中枢神経系にもみられ、[エ]と呼ばれる細胞が[ア]をかたちづくっている。ひとつの神経軸索は多くの[イ]によって包まれており、隣接する[イ]の継ぎ目には[オ]と呼ばれる、[ア]のない部位がある。^②膜興奮はこの部位でのみ起こり、興奮はとびとびに速く伝えられる。

末梢神経障害（ニューロパチー）には、[ア]の構成成分に対して免疫系が過剰に反応するなどして[ア]を損傷した脱髄型と、神経軸索自体が損傷を受けて興奮を伝えられなくなる軸索型がある。これらの鑑別方法のひとつとして、神経伝導検査が用いられる。この検査では、例えば、S1（手首）および S2（ひじ）の位置で刺激電極を皮膚に押し当てて尺骨神経を単回、短時間の電気刺激をし、尺骨神経の支配筋である小指外転筋（位置 R）に皮膚の上から記録電極をあて、筋の興奮を記録する（図 2）。尺骨神経に含まれる運動ニューロンの軸索終末は、小指外転筋の筋繊維と[カ]を形成しており、そこで神経伝達物質である[キ]を介した情報伝達が行われる。図 3 は健康な人、図 4 の a と b は、それぞれ脱髄型ニューロパチーもしくは軸索型ニューロパチーのいずれかの患者の尺骨神経伝導検査の記録である。いずれも S1 と S2 の距離は 22.0 cm、S1 と R の距離は 6.0 cm であった。

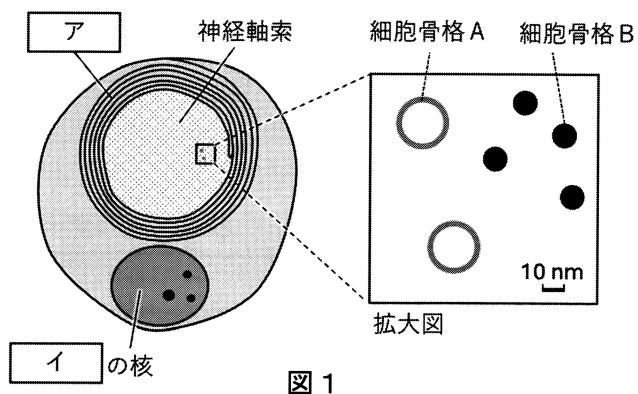


図 1

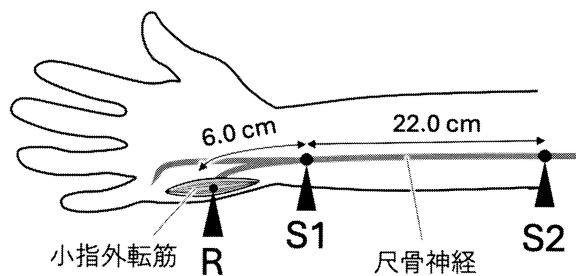


図 2

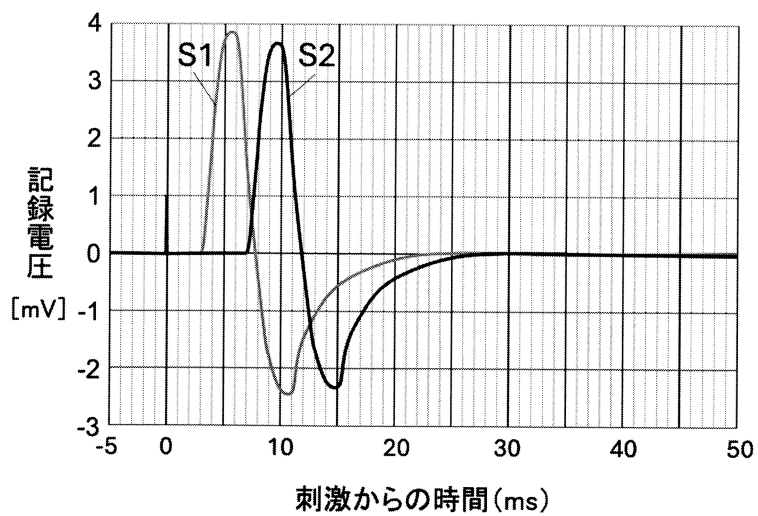
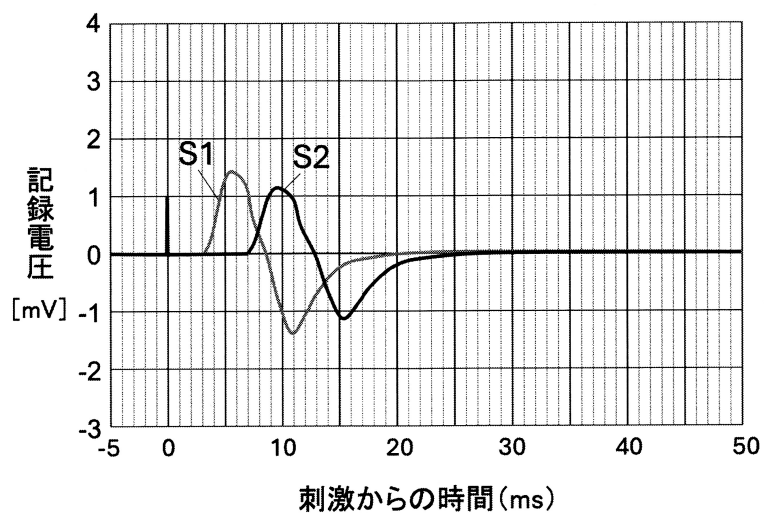


図 3

a



b

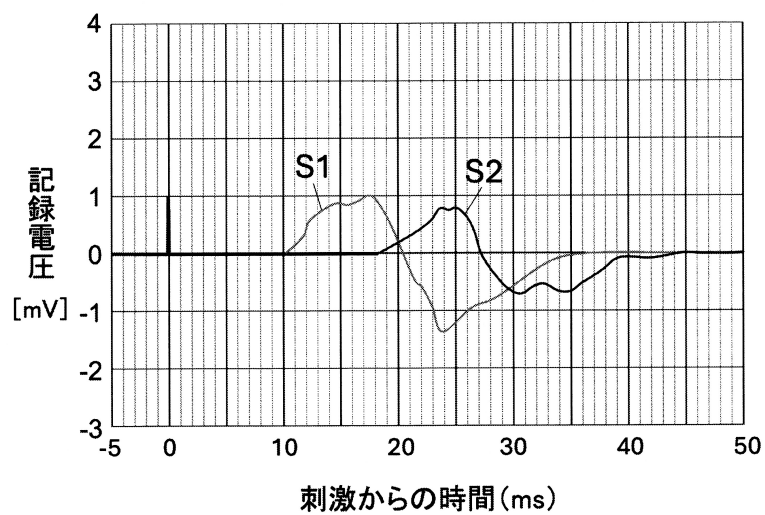


図 4

問 1. 文章中の□ア～□キに入る最も適切な語句を解答欄に記入せよ。

問 2. 下線部①における□エの細胞の形態について、□イとの違いを 50 字以内で説明せよ。なお、字数の制約から、それぞれの細胞を「細胞エ」および「細胞イ」と表してよい。

問 3. 下線部②の興奮の伝わり方を何と呼ぶか。名称を答えよ。また、この伝わり方を支える□アがもつ性質を 10 字以内で答えよ。

問 4. 図 1 にある細胞骨格 A および細胞骨格 B について、それぞれの名称は何か。また、軸索における主な役割をそれぞれ 15 字以内で述べよ。

問 5. 図 3 について、次の小問に答えよ。なお、有効数字 2 桁で計算し、単位を付すこと。また、任意の神経繊維について、部位による興奮の伝導速度の違いはないものとする。

- (1) 神経の刺激から筋の興奮が開始されるまでの時間をもとに、尺骨神経の伝導速度を求めよ。簡潔に計算式も記すこと。
- (2) 神経筋接合部が記録電極のごく近傍にあるものと仮定して、□カにおける情報伝達にかかる時間を概算せよ。簡潔に計算式も記すこと。
- (3) 神経繊維の活動電位は 1-2 ミリ秒という短いものだが、記録された電位変化は十数ミリ秒の幅がある。この幅を生じた理由を 30 字以内で答えよ。

問 6. 図 4 について次の小問に答えよ。

- (1) 脱髄型の患者の記録は、図 4 の a と b のどちらか答えよ。
- (2) また、その判断の根拠となった点を 25 字以内で述べよ。