

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

- I (1) 不等式 $m \leq \sqrt{37} < m+1$ をみたす自然数を m とする。 m の値は ア であり、 $\alpha = \sqrt{37} - m$ とすると、

$$\alpha^2 + 12\alpha = \text{イ}, \quad \alpha^3 + 17\alpha^2 + 59\alpha = \text{ウ}$$

となる。

- (2) 7 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を並べて整数をつくる。ただし、同じ数字は 2 度以上使わないものとする。このとき、3 桁^{けた}の整数は全部で エオカ 個でき、2025 未満の 4 桁の整数は全部で キクケ 個できる。

- (3) 関数

$$y = 4(\sin^3 x + \cos^3 x) + 3(\sin x + \cos x) \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

を考える。 $t = \sin x + \cos x$ とおく。このとき、 t のとりうる値の範囲は、

$$\text{コサ} \leq t \leq \sqrt{\text{シ}}$$

である。また、 y は t を用いて

$$y = \text{スセ} t^3 + \text{ソ} t$$

と表され、 y は最大値 タ $\sqrt{\text{チ}}$ 、最小値 ツテ をとる。

(計 算 用 紙)

II (1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 32, \quad a_{n+1} = a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 $a_{20} = \boxed{\text{アイウ}}$ である。また、初項から第 n 項までの和が最大となる n は、値の小さい順に $\boxed{\text{エ}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) k を定数とする。次の条件によって定められる数列 $\{b_n\}$ がある。

$$b_1 = 12, \quad b_{n+1} = kb_n + 6 - 6k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 k にどのような値を代入しても

$$b_{20} = \boxed{\text{カ}} k^{\boxed{\text{キク}}} + \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立つ。

(3) 次の条件によって定められる数列 $\{c_n\}, \{d_n\}$ がある。

$$c_1 = 22, \quad d_1 = 5, \quad c_{n+1} = \frac{2}{3}c_n + \frac{2}{3}d_n, \quad d_{n+1} = \frac{1}{6}c_n + \frac{2}{3}d_n - 2$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

p, q, r を定数とする。

$$c_{n+1} + pd_{n+1} = q(c_n + pd_n) + r \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つとき、 p, q, r の組 (p, q, r) は、 p の値が小さい順に、

$$\left(\boxed{\text{コサ}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \boxed{\text{セ}} \right), \quad \left(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チツ}} \right)$$

である。また、

$$c_n = \boxed{\text{テト}} n + \boxed{\text{ナニ}} + \boxed{\text{ヌ}}^{2-n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

(計 算 用 紙)

III a を定数とする。座標平面上に放物線 $C: y = x^2$ と点 $A(a, -4)$ がある。A を通り C に接する 2 本の接線を ℓ_1, ℓ_2 とし、それぞれの傾きを k_1, k_2 ($k_1 > k_2$) とする。 ℓ_1 と C の接点を P, ℓ_2 と C の接点を Q とする。また、三角形 APQ の面積を S , 重心を G とする。

(1) $a = 0$ のとき, $S = \boxed{\text{アイ}}$ であり, G の座標は

$$\left(\boxed{\text{ウ}}, \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \right)$$

である。

(2) $k_1 + k_2 = 3$ のとき, $a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) $\frac{k_1}{k_2} = -3$ のとき, $a = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(4) $S = 2000$ のとき, $a = \pm \boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(5) a がすべての実数値をとって変化するときの G の軌跡を R とする。

(i) R の方程式は $y = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} x^2 + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(ii) y 軸上に中心があり, R とただ 1 点を共有する円のうち, C とちょうど 2 点を共有する円の半径を r とする。 r のとりうる値の範囲は, r の値が小さい順に,

$$r = \frac{\boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}} - \boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}, \quad r > \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

(計 算 用 紙)

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

- I (1) 不等式 $m \leq \sqrt{37} < m+1$ をみたす自然数を m とする。 m の値は ア であり、 $\alpha = \sqrt{37} - m$ とすると、

$$\alpha^2 + 12\alpha = \text{イ}, \quad \alpha^3 + 17\alpha^2 + 59\alpha = \text{ウ}$$

となる。

- (2) 7 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を並べて整数をつくる。ただし、同じ数字は 2 度以上使わないものとする。このとき、3 桁^{けた}の整数は全部で エオカ 個でき、2025 未満の 4 桁の整数は全部で キクケ 個できる。

- (3) a, b, c を定数とし、座標平面において、次の関数のグラフを考える。

$$C_1: y = x \log \frac{x}{2}, \quad C_2: y = x + a, \quad C_3: y = x^2 + bx + c$$

ただし、 C_1 と C_3 は共有点 P をもち、かつ P で共通の接線 C_2 をもつ。

- (i) $a = \text{コサ}$ であり、 P の x 座標は シ である。

- (ii) $b = \text{スセ}$, $c = \text{ソ}$ である。

- (iii) C_1 と C_2 , および直線 $x = \frac{1}{2}$ で囲まれた部分の面積を S とし、 C_1 と C_3 , および直線 $x = \frac{1}{2}$ で囲まれた部分の面積を T とする。このとき、

$$T - S = \frac{\text{タ}}{\text{チ}} - \frac{\text{ツ}}{\text{テ}} \log 2$$

である。

(計 算 用 紙)

II (1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 32, \quad a_{n+1} = a_n - 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 $a_{20} = \boxed{\text{アイウ}}$ である。また、初項から第 n 項までの和が最大となる n は、値の小さい順に $\boxed{\text{エ}}$, $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) k を定数とする。次の条件によって定められる数列 $\{b_n\}$ がある。

$$b_1 = 12, \quad b_{n+1} = kb_n + 6 - 6k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 k にどのような値を代入しても

$$b_{20} = \boxed{\text{カ}} k^{\boxed{\text{キク}}} + \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立つ。

(3) 次の条件によって定められる数列 $\{c_n\}, \{d_n\}$ がある。

$$c_1 = 22, \quad d_1 = 5, \quad c_{n+1} = \frac{2}{3}c_n + \frac{2}{3}d_n, \quad d_{n+1} = \frac{1}{6}c_n + \frac{2}{3}d_n - 2$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

p, q, r を定数とする。

$$c_{n+1} + pd_{n+1} = q(c_n + pd_n) + r \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つとき、 p, q, r の組 (p, q, r) は、 p の値が小さい順に、

$$\left(\boxed{\text{コサ}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \boxed{\text{セ}} \right), \quad \left(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チツ}} \right)$$

である。また、

$$c_n = \boxed{\text{テト}} n + \boxed{\text{ナニ}} + \boxed{\text{ヌ}}^{2-n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

(計 算 用 紙)

III 座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 1$ がある。 C 上に点 P をとり、焦点が P 、準線が直線 $y = -\frac{3}{2}$ である放物線を D とする。また、 D の頂点を Q とし、 D と x 軸の正の部分との交点を R とする。

(1) P の座標が $(1, 0)$ であるとき、 Q の y 座標は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり、 R の x

座標は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) P が C 上を動くときの Q の軌跡を F とすると、 F は長軸の長さが $\boxed{\text{カ}}$ 、

短軸の長さが $\boxed{\text{キ}}$ 、中心の座標が $\left(\boxed{\text{ク}}, \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$ の楕円である。

また、円 C の周および内部と、楕円 F の周および内部の重なった部分の面積は

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{シ}}} - \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(3) 三角形 PQR の面積を S とする。 P が C 上を動くとき、 S の最大値は

$\frac{\boxed{\text{タチ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テト}}}$ であり、 S が最大値をとる P の座標は

$$\left(\pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \right)$$

である。

(計 算 用 紙)