

数 学

(解答番号 $^1 \square \sim ^{56} \square$)

解答上の注意

- 1) 問題の文中の $^1 \square$, $^2 \square$ などの一つ一つには、特に指示のない限り、それぞれ 0 から 9 までの数字が一つ入る。 $\square$ の左上の数字は「解答番号」である。
- 2) 2 個並んだ $\square \square$ は 2 桁(けた)の正の整数を表す。3 個以上並んだ場合も同様である。
- 3) $\square$ の前に「-」がついている場合は負の整数を表す。例えば、 $-\square$ は 1 桁の負の整数を表し、 $-\square\square$ は 2 桁の負の整数を表す。
- 4) $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square\square}$, $-\frac{\square}{\square}$ などは分数を表す。分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
- 5) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $\square\sqrt{\square}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。
- 6) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

- I (1) 座標平面上で、3点 A(2, 0), B(3, 0), P(0, 6) と直線 $\ell: y = ax$ ($a > 0$) を考える。直線 ℓ と線分 PA, PB との交点をそれぞれ C, D とする。四角形 ABDC の面積を S_1 , 三角形 PCD の面積を S_2 とする。

(i) $S_1 + S_2 = {}^1\boxed{}$ である。

(ii) $a = 3$ のとき, $S_1 = \frac{{}^2\boxed{} {}^3\boxed{}}{4\boxed{}}$, $S_2 = \frac{{}^5\boxed{}}{6\boxed{}}$ である。

(iii) $\frac{S_1}{S_2} = 6$ となるとき, $a = {}^7\boxed{}$ である。

(iv) $\frac{S_1}{S_2} \geq 11$ となる a の最小値は ${}^8\boxed{}$ である。

- (2) 2 次方程式 $x^2 - bx + 180 = 0$ は、異なる 2 つの自然数を解にもつ。

(i) b の取り方は全部で ${}^9\boxed{}$ 通りある。

(ii) b の最大値は ${}^{10}\boxed{} {}^{11}\boxed{} {}^{12}\boxed{}$ であり、最小値は ${}^{13}\boxed{} {}^{14}\boxed{}$ である。

(iii) b のとりうる値すべての和は ${}^{15}\boxed{} {}^{16}\boxed{} {}^{17}\boxed{}$ である。

(計 算 用 紙)

II $t > 0$ とし,

$$f(t) = \int_0^t |x-1| dx, \quad g(t) = \int_0^{t+1} |x-1| dx$$

とする。

$$(1) \quad 0 < t < 1 \text{ のとき, } f(t) = -\frac{18 \square}{19 \square} t^2 + t \text{ であり,}$$

$$t \geq 1 \text{ のとき, } f(t) = \frac{20 \square}{21 \square} t^2 - t + 22 \square \text{ である。}$$

$$(2) \quad f(t) = \frac{1}{4} \text{ となるのは } t = 23 \square - \frac{\sqrt{24 \square}}{25 \square} \text{ のときであり,}$$

$$f(t) = 2 \text{ となるのは } t = 26 \square + \sqrt{27 \square} \text{ のときである。}$$

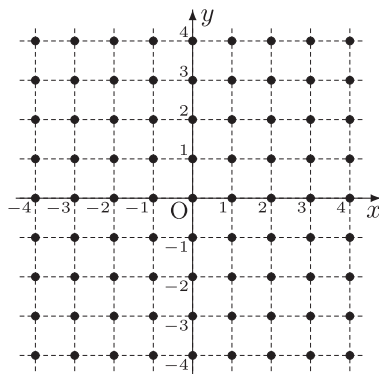
$$(3) \quad g(t) = \frac{28 \square}{29 \square} t^2 + \frac{30 \square}{31 \square} \text{ である。}$$

$$(4) \quad F(t) = g(t) - f(t) \text{ とする。} F(t) \text{ は } t = \frac{32 \square}{33 \square} \text{ のとき, 最小値 } \frac{34 \square}{35 \square}$$

$$\text{をとる。また, } F(t) = 1 \text{ となるのは } t = \frac{36 \square}{37 \square} \text{ のときである。}$$

(計 算 用 紙)

III 座標平面上の格子点 (格子点とは x 座標と y 座標がともに整数である点) を動く点 P があり, P は最初に原点 $O(0, 0)$ にある。その後 P は 1 秒ごとに, P からの距離が 1 離れた 4 つの格子点のいずれかへそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ で動くものとする。線分 OP の長さを L とする。



(1)(i) 2 秒後に P が到達可能な格子点は, 全部で $^{38}\square$ 個ある。

(ii) 3 秒後に P が到達可能な格子点は, 全部で $^{39}\square$ $^{40}\square$ 個ある。

(iii) 4 秒後に P が到達可能な格子点は, 全部で $^{41}\square$ $^{42}\square$ 個ある。

(iv) 8 秒後に P が到達可能な格子点は, 全部で $^{43}\square$ $^{44}\square$ 個ある。

(2) 3 秒後に $L = 1$ となる確率は $\frac{^{45}\square}{^{46}\square \ ^{47}\square}$ である。

(3) 4 秒後に $L = 0$ となる確率は $\frac{^{48}\square}{^{49}\square \ ^{50}\square}$ である。

(4) 4 秒後に $L = \sqrt{2}$ となる確率は $\frac{^{51}\square}{^{52}\square}$ である。

(5) 4 秒後に $L > \sqrt{3}$ となる確率は $\frac{^{53}\square \ ^{54}\square}{^{55}\square \ ^{56}\square}$ である。

(計 算 用 紙)