

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9
オ	☐	0	1	2	3	4	☒	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

- I (1) 位取りの基礎を 2 とする数の表し方を 2 進法という。ここでは各位の数字を 0 または 1 とし、例えば 2 進法で表された 4 桁^{けた}の数 1101 を日常的に使用されている 10 進法で表すと

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$$

となる。

- (i) 2 進法で表された数 1001 を 10 進法で表すと ア であり、2 進法で表された数 10101010 を 10 進法で表すと イウエ である。自然数のうち、2 進法で表したときに 8 桁以下となる数は全部で オカキ 個ある。

- (ii) 2 進法で表された 64 桁の数で、すべての位の数字が 1 であるものを N とする。 N を 10 進法で表したときの桁数は クケ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

- (2) 1 つの面が青色で、その他の 5 つの面が白色の正六面体があり、その 6 つの面に 1 つずつ数字を記入する。ただし、正六面体を回転して各面の色と数字が一致すれば、記入方法は同じであるとみなす。

- (i) 青色の面に 1 を記入し、白色の面に 1 を 1 つ、2 を 4 つ記入する方法の総数は コ である。青色の面に 2 を記入し、白色の面に 1 を 2 つ、2 を 3 つ記入する方法の総数は サ である。

- (ii) 6 つの面に 1 を 2 つ、2 を 4 つ記入する方法の総数は シ である。

- (iii) 6 つの面に 1 を 2 つ、2 を 3 つ、3 を 1 つ記入する方法の総数は スセ である。

- (iv) 1, 2, 3, 4, 5, 6 から数字を選んで、6 つの面に重複を許して記入する。このとき、向かい合う面の 2 つの数の和がすべて 6 である記入方法の総数は ソタ である。

(計 算 用 紙)

- II 1 辺の長さが $\frac{1}{2}$ の正四面体 OABC において、辺 OA を 2 : 1 に外分する点を D、辺 OB を 6 : 5 に外分する点を E、辺 OC を 4 : 3 に外分する点を F とする。

(1) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\vec{OD} = \boxed{\text{ウ}} \vec{OA}$, $\vec{OE} = \boxed{\text{エ}} \vec{OB}$, $\vec{OF} = \boxed{\text{オ}} \vec{OC}$ である。

(3) $DE = \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$, $EF = \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$, $FD = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(4) $\triangle DEF$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり、外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(5) $\triangle ABC$ の重心を G とし、直線 OG が平面 DEF と交わる点を P とするとき、 $\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} \vec{OG}$ である。

(6) 四面体 OABC, ODEF の体積をそれぞれ U, V とするとき、 $V = \boxed{\text{ツテ}} U$ である。また、四角錐^{すい} D-BCFE の体積は $\frac{\boxed{\text{トナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

III a, b を実数とする。座標平面において、2つの放物線

$$C_1: y = -2x^2, \quad C_2: y = x^2 + ax + b$$

を考える。 C_1 と C_2 は共有点 T をもち、 T において共通の接線 ℓ をもつ。 T の x 座標を t とする。ただし、 $t > 0$ とする。また、 T を通り ℓ に垂直な直線を m とする。

(1) a, b を t を用いて表すと、 $a = \boxed{\text{アイ}} t, b = \boxed{\text{ウ}} t^2$ である。

(2) C_2 の頂点の座標を t を用いて表すと、 $(\boxed{\text{エ}} t, \boxed{\text{オカ}} t^2)$ である。

t がすべての正の実数値をとって変化するとき、 C_2 の頂点の軌跡は放物線

$$y = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} x^2 \text{ の } x > 0 \text{ の部分である。}$$

(3) m の方程式を t を用いて表すと

$$y = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} x - \boxed{\text{シ}} t^2 - \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(4) $x \geq 0$ の範囲において、 C_1, m, y 軸で囲まれた図形の面積を S_1 とする。 S_1 を t を用いて表すと

$$S_1 = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} t \boxed{\text{チ}} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} t$$

である。また、 C_1, C_2, y 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $S_1 - 2S_2$ の最

大値は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ であり、 $S_1 - 2S_2$ が最大となる t の値は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9
オ	☐	0	1	2	3	4	☒	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

- I (1) 位取りの基礎を 2 とする数の表し方を 2 進法という。ここでは各位の数字を 0 または 1 とし、例えば 2 進法で表された 4 桁^{けた}の数 1101 を日常的に使用されている 10 進法で表すと

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$$

となる。

- (i) 2 進法で表された数 1001 を 10 進法で表すと ア であり、2 進法で表された数 10101010 を 10 進法で表すと イウエ である。自然数のうち、2 進法で表したときに 8 桁以下となる数は全部で オカキ 個ある。

- (ii) 2 進法で表された 64 桁の数で、すべての位の数字が 1 であるものを N とする。 N を 10 進法で表したときの桁数は クケ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

- (2) 1 つの面が青色で、その他の 5 つの面が白色の正六面体があり、その 6 つの面に 1 つずつ数字を記入する。ただし、正六面体を回転して各面の色と数字が一致すれば、記入方法は同じであるとみなす。

- (i) 青色の面に 1 を記入し、白色の面に 1 を 1 つ、2 を 4 つ記入する方法の総数は コ である。青色の面に 2 を記入し、白色の面に 1 を 2 つ、2 を 3 つ記入する方法の総数は サ である。

- (ii) 6 つの面に 1 を 2 つ、2 を 4 つ記入する方法の総数は シ である。

- (iii) 6 つの面に 1 を 2 つ、2 を 3 つ、3 を 1 つ記入する方法の総数は スセ である。

- (iv) 1, 2, 3, 4, 5, 6 から数字を選んで、6 つの面に重複を許して記入する。このとき、向かい合う面の 2 つの数の和がすべて 6 である記入方法の総数は ソタ である。

(計 算 用 紙)

- II 1 辺の長さが $\frac{1}{2}$ の正四面体 OABC において、辺 OA を 2 : 1 に外分する点を D、辺 OB を 6 : 5 に外分する点を E、辺 OC を 4 : 3 に外分する点を F とする。

(1) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\vec{OD} = \boxed{\text{ウ}} \vec{OA}$, $\vec{OE} = \boxed{\text{エ}} \vec{OB}$, $\vec{OF} = \boxed{\text{オ}} \vec{OC}$ である。

(3) $DE = \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$, $EF = \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$, $FD = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(4) $\triangle DEF$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であり、外接円の半径は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(5) $\triangle ABC$ の重心を G とし、直線 OG が平面 DEF と交わる点を P とするとき、 $\vec{OP} = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}} \vec{OG}$ である。

(6) 四面体 OABC, ODEF の体積をそれぞれ U, V とするとき、 $V = \boxed{\text{ツテ}} U$ である。また、四角錐^{すい} D-BCFE の体積は $\frac{\boxed{\text{トナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

III 定積分

$$I_n = \int_0^1 (1-x^2)^{n-\frac{1}{2}} dx, \quad J_n = \int_0^1 x^n (1-x^2)^{\frac{1}{2}} dx \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を考える。

(1) $x\sqrt{1-x^2}$ の原始関数の 1 つは $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} (1-x^2) \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) $I_1 = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \pi, \quad J_1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) $(x)' = 1$ に注意して部分積分法を用いたのち、 $x^2 = -(1-x^2) + 1$ を用いると

$$I_2 = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} I_1, \quad I_3 = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} I_2, \quad I_4 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} I_3$$

である。また、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{I_{n+1}}{I_n} \right)^n = e \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。ただし、 e は自然対数の底である。

(4) $J_{n+2} = \frac{n + \boxed{\text{テ}}}{n + \boxed{\text{ト}}} J_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$ である。また、 $J_n > 0.1$ を満

たす最大の自然数 n の値は $\boxed{\text{ナ}}$ である。ただし、 $3.1 < \pi < 3.2$ である。

(計 算 用 紙)