

数 学

(解答番号 $^1 \square \sim ^{58} \square$)

解答上の注意

- 1) 問題の文中の $^1 \square$, $^2 \square$ などの一つ一つには、特に指示のない限り、それぞれ 0 から 9 までの数字が一つ入る。 $\square$ の左上の数字は「解答番号」である。
- 2) 2 個並んだ $\square \square$ は 2 桁(けた)の正の整数を表す。3 個以上並んだ場合も同様である。
- 3) $\square$ の前に「-」がついている場合は負の整数を表す。例えば、 $-\square$ は 1 桁の負の整数を表し、 $-\square\square$ は 2 桁の負の整数を表す。
- 4) $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square\square}$, $-\frac{\square}{\square}$ などは分数を表す。分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
- 5) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $\square\sqrt{\square}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。
- 6) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(1) 関数 $y = 4^{x+1} - 2^{x+1} - 6$ ($-3 \leq x \leq 2$) を考える。

(i) $t = 2^x$ とおく。このとき、 y を t で表すと

$$y = {}^1\boxed{} t^2 - {}^2\boxed{} t - {}^3\boxed{}$$

である。また、 t のとりうる値の範囲は

$$\frac{{}^4\boxed{}}{{}^5\boxed{}} \leq t \leq {}^6\boxed{}$$

である。

(ii) y の最大値は ${}^7\boxed{} {}^8\boxed{}$ であり、最小値は $-\frac{{}^9\boxed{} {}^{10}\boxed{}}{{}^{11}\boxed{}}$ である。

(iii) $y = 0$ となるような x の値を α とする。このとき、正の数 $|100\alpha|$ の整数部分は ${}^{12}\boxed{} {}^{13}\boxed{}$ である。

(2) 関数 $y = (\log_6 x)^2 - \log_6 x^3 - 180$ ($x \geq 36$) を考える。

(i) y の最小値は $-{}^{14}\boxed{} {}^{15}\boxed{} {}^{16}\boxed{}$ である。

(ii) $y = 0$ となるような x の値を β とする。このとき、 β は ${}^{17}\boxed{} {}^{18}\boxed{}$ けたの整数であり、 β の最高位の数字は ${}^{19}\boxed{}$ である。

(計 算 用 紙)

II 1 辺の長さが $\sqrt{6}$ の正八角形 ABCDEFGH を考える。線分 AE と線分 DH の交点を I, 線分 CF と線分 DH の交点を J, 線分 AE と線分 CF の交点を K とする。

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = -\square^{20} \sqrt{\square^{21}}$ である。

(2) 台形 ABGH において, $\cos \angle ABG = \frac{\square^{22}}{\square^{23}} \sqrt{\square^{24}}$ であり, 台形 ABGH の面積は $\square^{25} + \square^{26} \sqrt{\square^{27}}$ である。

(3) $\overrightarrow{AJ}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AH}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{AJ} = \left(\square^{28} + \sqrt{\square^{29}} \right) \overrightarrow{AB} + \square^{30} \overrightarrow{AH}$$

である。

(4) 三角形 ACK の面積は $\square^{31} + \square^{32} \sqrt{\square^{33}}$ である。

(5) 三角形 IJK の重心を L とすると

$$|\overrightarrow{AL}|^2 = \frac{\square^{34} \square^{35}}{\square^{36}} + \square^{37} \sqrt{\square^{38}}$$

である。

(計 算 用 紙)

III 正の奇数の列を次のように、第 n 群に $8n - 2$ 個の項が入るように分ける。

$1, 3, 5, 7, 9, 11 \mid 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39 \mid 41, 43, \dots$
 第 1 群 第 2 群 第 3 群

第 n 群の最後の項を a_n とする。

(1) $a_3 = {}^{39}\square {}^{40}\square$ である。

(2) 第 5 群の最初の項は ${}^{41}\square {}^{42}\square {}^{43}\square$ である。

(3) 第 4 群にあるすべての奇数の和は ${}^{44}\square {}^{45}\square {}^{46}\square {}^{47}\square$ である。

(4) $a_{10} = {}^{48}\square {}^{49}\square {}^{50}\square$ である。

(5) 2025 は第 ${}^{51}\square {}^{52}\square$ 群に含まれる。

(6) m は自然数とし、 $\sum_{n=1}^m a_n = 5500$ とする。このとき、 $m = {}^{53}\square {}^{54}\square$ であり、 $a_m = {}^{55}\square {}^{56}\square {}^{57}\square {}^{58}\square$ である。

(計 算 用 紙)