

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	☒ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8	☐ 9
イ	☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☒ 8	☐ 9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	☒ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8	☐ 9
エ	☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☒ 4	☐ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8	☐ 9
オ	☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☒ 5	☐ 6	☐ 7	☐ 8	☐ 9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I 関数

$$f(x) = \log_5 (1 - \cos 2x - 3 \cos x)$$

を考える。ただし、 x の値は $0 \leq x < 2\pi$ において $f(x)$ が定義されるもののみを考える。

- (1) $t = \cos x$ とおく。 $f(x)$ を t を用いて表すと

$$\log_5 \left(\boxed{\text{アイ}} t^2 - \boxed{\text{ウ}} t + \boxed{\text{エ}} \right)$$

である。

- (2) $f(x)$ が定義される x のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi < x < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi$$

である。

- (3) $f(x)$ の最大値は

$$\boxed{\text{ケ}} - \log_5 \boxed{\text{コ}}$$

である。また、 $f(x)$ が最大となるとき、 $\cos x$ の値は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

- (4) $5^{f(x)}$ がとりうる最大の整数の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。また、 $5^{f(x)}$ が整数となる x の総数は $\boxed{\text{ソ}}$ であり、 $5^{f(x)}$ が整数となる x の総和は $\boxed{\text{タ}} \pi$ である。

- (5) $20^{f(x)}$ がとりうる最大の整数の値は $\boxed{\text{チ}}$ である。また、 $20^{f(x)}$ が整数となる x の総数は $\boxed{\text{ツテ}}$ であり、 $20^{f(x)}$ が整数となる x の総和は $\boxed{\text{トナ}} \pi$ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

(計 算 用 紙)

II $0 < p < 1$ とする。表が出る確率が p , 裏が出る確率が $1 - p$ である 1 枚の硬貨 A がある。

(1) $p = \frac{1}{3}$ とする。1 枚の硬貨 A を 3 回続けて投げるとき、表がちょうど 2 回出る確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、少なくとも 1 回表が出る確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) n を 2 以上の自然数とする。1 枚の硬貨 A を n 回続けて投げる試行において、表が 2 回以上続けて出ない事象を X_n とする。

(i) X_n のうち、 n 回目に表、 n 回目に裏が出る場合の数を、それぞれ a_n, b_n とするとき

$$\begin{aligned} a_2 &= \boxed{\text{キ}}, & b_2 &= \boxed{\text{ク}}, \\ a_3 &= \boxed{\text{ケ}}, & b_3 &= \boxed{\text{コ}}, \\ a_4 &= \boxed{\text{サ}}, & b_4 &= \boxed{\text{シ}} \end{aligned}$$

である。

(ii) $p = \frac{1}{2}$ とする。 X_n の確率を $P(X_n)$ とするとき

$$P(X_5) = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}, \quad P(X_{10}) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

(3) 1 枚の硬貨 A を続けて投げる試行において、次の 2 つのことがわかっている。

- A を 5 回続けて投げる試行において、表がちょうど 3 回出る確率は、表が 3 回以上出たかつ表がちょうど 3 回続けて出る確率よりも大きい。
- A を 15 回続けて投げる試行において、表がちょうど k 回 ($0 \leq k \leq 15$) 出る確率を比較すると、確率が最大となるのは $k = 12$ のときのみである。

このとき、 p のとりうる値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} < p < \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

III 原点を O とする座標空間において、3 点 $A(4, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, 4)$ を考える。

(1) 線分 BC の中点と O の距離は $\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。また、 $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) O から平面 ABC に下ろした垂線の長さは $\frac{\boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ と平面 ABC が交わってできる円を D とし、点 $X(p, q, r)$ が D 上を動くとする。

(i) D の半径は $\frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(ii) $q + r$, qr をそれぞれ p を用いて表すと

$$q + r = \boxed{\text{サ}} - p, \quad qr = \left(p - \boxed{\text{シ}} \right)^2$$

である。

(iii) p のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{ス}} \leq p \leq \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(iv) 3 点 $P(p, 0, 0)$, $Q(0, q, 0)$, $R(0, 0, r)$ を頂点とする $\triangle PQR$ の面積を S とする。 S を p を用いて表すと

$$S = \sqrt{\boxed{\text{タチ}} p^3 + \boxed{\text{ツ}} p^2 - \boxed{\text{テ}} p + \boxed{\text{ト}}}$$

であり、 S の最小値は $\frac{\boxed{\text{ナ}} \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

注 意

問題の文中の ア , イウ などには、特に指示のないかぎり、数値または符号（－）が入る。これらを次の方法で解答用紙の指定欄にマークせよ。

- (1) ア, イ, ウ, …の一つ一つは、それぞれ0から9までの数字、または－の符号のいずれか一つに対応する。それらをア, イ, ウ, …で示された解答欄にマークする。

〔例〕 アイ に－8と答えたいとき

ア	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	☐	0	1	2	3	4	5	6	7	☒	9

- (2) 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答える。分数の符号は分子につけ、分母につけてはならない。

〔例〕 $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	☒	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	☐	0	1	2	3	☒	5	6	7	8	9
オ	☐	0	1	2	3	4	☒	6	7	8	9

- (3) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答える。

例えば、 $\sqrt{\text{カキ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。

- (4) 根号を含む分数形で解答する場合は、例えば $\frac{\text{ク} + \text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$

に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはならない。

- (5) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I 関数

$$f(x) = \log_5 (1 - \cos 2x - 3 \cos x)$$

を考える。ただし、 x の値は $0 \leq x < 2\pi$ において $f(x)$ が定義されるもののみを考える。

- (1) $t = \cos x$ とおく。 $f(x)$ を t を用いて表すと

$$\log_5 \left(\boxed{\text{アイ}} t^2 - \boxed{\text{ウ}} t + \boxed{\text{エ}} \right)$$

である。

- (2) $f(x)$ が定義される x のとりうる値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi < x < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi$$

である。

- (3) $f(x)$ の最大値は

$$\boxed{\text{ケ}} - \log_5 \boxed{\text{コ}}$$

である。また、 $f(x)$ が最大となるとき、 $\cos x$ の値は $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

- (4) $5^{f(x)}$ がとりうる最大の整数の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。また、 $5^{f(x)}$ が整数となる x の総数は $\boxed{\text{ソ}}$ であり、 $5^{f(x)}$ が整数となる x の総和は $\boxed{\text{タ}} \pi$ である。

- (5) $20^{f(x)}$ がとりうる最大の整数の値は $\boxed{\text{チ}}$ である。また、 $20^{f(x)}$ が整数となる x の総数は $\boxed{\text{ツテ}}$ であり、 $20^{f(x)}$ が整数となる x の総和は $\boxed{\text{トナ}} \pi$ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

(計 算 用 紙)

II $0 < p < 1$ とする。表が出る確率が p , 裏が出る確率が $1 - p$ である 1 枚の硬貨 A がある。

(1) $p = \frac{1}{3}$ とする。1 枚の硬貨 A を 3 回続けて投げるとき、表がちょうど 2 回出る確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、少なくとも 1 回表が出る確率は $\frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(2) n を 2 以上の自然数とする。1 枚の硬貨 A を n 回続けて投げる試行において、表が 2 回以上続けて出ない事象を X_n とする。

(i) X_n のうち、 n 回目に表、 n 回目に裏が出る場合の数を、それぞれ a_n, b_n とするとき

$$\begin{aligned} a_2 &= \boxed{\text{キ}}, & b_2 &= \boxed{\text{ク}}, \\ a_3 &= \boxed{\text{ケ}}, & b_3 &= \boxed{\text{コ}}, \\ a_4 &= \boxed{\text{サ}}, & b_4 &= \boxed{\text{シ}} \end{aligned}$$

である。

(ii) $p = \frac{1}{2}$ とする。 X_n の確率を $P(X_n)$ とするとき

$$P(X_5) = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}, \quad P(X_{10}) = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

(3) 1 枚の硬貨 A を続けて投げる試行において、次の 2 つのことがわかっている。

- A を 5 回続けて投げる試行において、表がちょうど 3 回出る確率は、表が 3 回以上出かつ表がちょうど 3 回続けて出る確率よりも大きい。
- A を 15 回続けて投げる試行において、表がちょうど k 回 ($0 \leq k \leq 15$) 出る確率を比較すると、確率が最大となるのは $k = 12$ のときのみである。

このとき、 p のとりうる値の範囲は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} < p < \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(計 算 用 紙)

III i を虚数単位とし、 $\alpha = \sqrt{3} + i$, $\beta = 2i$ とする。複素数平面において、点 $A(\alpha)$ を、点 $B(\beta)$ を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を $C(\gamma)$ とする。 $\triangle ABC$ の周および内部を D とし、原点 $O(0)$ を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円の周および内部を E とする。以下では、複素数の偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(1) α の絶対値は ア であり、偏角は $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}} \pi$ である。

(2) 線分 AB の長さは エ であり、 D の面積は $\sqrt{\text{オ}}$ である。

(3) γ の絶対値は カ $\sqrt{\text{キ}}$ であり、偏角は $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \pi$ である。

(4) $\alpha^8 \beta^{-9} \overline{\gamma^4} = \text{コサシ} i$ である。

(5) 点 z が D 上を動くとき、点 αz が描く図形の面積は ス $\sqrt{\text{セ}}$ である。

(6) 点 z が D 上を、点 w が E 上をそれぞれ動くとき、点 zw が描く図形の面積は ソタ π であり、点 $z + w$ が描く図形の面積は

$$\text{チ} \sqrt{\text{ツ}} + \text{テ} \pi$$

である。

(計 算 用 紙)