

数 学

(解答番号 $^1 \square \sim ^{59} \square$)

解答上の注意

- 1) 問題の文中の $^1 \square$, $^2 \square$ などの一つ一つには、特に指示のない限り、それぞれ 0 から 9 までの数字が一つ入る。 $\square$ の左上の数字は「解答番号」である。
- 2) 2 個並んだ $\square \square$ は 2 桁(けた)の正の整数を表す。3 個以上並んだ場合も同様である。
- 3) $\square$ の前に「-」がついている場合は負の整数を表す。例えば、 $-\square$ は 1 桁の負の整数を表し、 $-\square\square$ は 2 桁の負の整数を表す。
- 4) $\frac{\square}{\square}$, $\frac{\square}{\square\square}$, $-\frac{\square}{\square}$ などは分数を表す。分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
- 5) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。例えば、 $\square\sqrt{\square}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはならない。
- 6) 選択肢から一つを選んで、番号を答える場合もある。

I a は正の定数とし、 x についての 2 つの関数

$$f(x) = a \sin x + \sin 2x, \quad g(x) = a \cos x + 2 \cos 2x$$

を考える。ただし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。また、 $t = \cos x$ とし、 $g(x)$ を t の式で表したものを $h(t)$ とする。

(1) $a = 1$ とする。

(i) $f(x) = 0$ となるような x の値のうち 2 番目に大きいものを α とする。こ

のとき、 $\alpha = \frac{1}{2} \frac{\square}{\square} \pi$ であり、 $g(\alpha) = -\frac{3}{4} \frac{\square}{\square}$ である。

(ii) $h(t) = {}^5\square t^2 + t - {}^6\square$ である。

(iii) 関数 $g(x)$ は最小値 $-\frac{7}{9} \frac{\square}{\square} \frac{8}{10} \frac{\square}{\square}$ をとる。

(2) $a = 2$ とする。 $h(t) = 0$ となるような t の値のうち最大のものを β とする。

$t = \beta$ のとき、 $x = \frac{11}{12} \frac{\square}{\square} \pi$ であり、 $f(x) = \frac{13}{14} \frac{\square}{\square} \sqrt{{}^{15}\square}$ である。

(3) γ は $0 \leq \gamma \leq \pi$ を満たす実数とし、関数 $g(x)$ は $x = \gamma$ で最小値 $-\frac{22}{9}$ をと

るとする。このとき、 $a = \frac{16}{17} \frac{\square}{\square}$ であり、 $f(\gamma) = \frac{18}{19} \frac{\square}{\square} \sqrt{{}^{20}\square}$ である。

(計 算 用 紙)

II 座標空間内に平行四辺形 ABCD があり, A (3, 0, 0), B (0, 4, 0), C (0, 0, 6) である。原点 O から平面 ABC に垂線 OH を下ろす。

(1) 点 D の座標は $\left({}^{21}\square, -{}^{22}\square, {}^{23}\square \right)$ である。

(2) 四角錐 O-ABCD の体積は ${}^{24}\square {}^{25}\square$ である。

(3) 平行四辺形 ABCD の面積は ${}^{26}\square \sqrt{{}^{27}\square {}^{28}\square}$ である。

(4) $|\overrightarrow{OH}|^2 = \frac{{}^{29}\square {}^{30}\square {}^{31}\square}{{}^{32}\square {}^{33}\square}$ である。

(5) s, t, u を実数とし, $\overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC}$ と表す。このとき, $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{BC}$ より s, t を u を用いて表すと

$$s = {}^{34}\square u, \quad t = \frac{{}^{35}\square}{{}^{36}\square} u$$

である。

(6) 点 H の x 座標は $\frac{{}^{37}\square {}^{38}\square}{{}^{39}\square {}^{40}\square}$ である。

(計 算 用 紙)

III 1 個のさいころを続けて n 回投げるとき, k 回目 ($1 \leq k \leq n$) に出る目の数を X_k とする。

(1) $n = 2$ とする。

(i) $X_1 = X_2$ となる確率は $\frac{\boxed{41}}{\boxed{42}}$ である。

(ii) $X_1 \geq X_2$ となる確率は $\frac{\boxed{43}}{\boxed{44} \boxed{45}}$ である。

(2) $n = 3$ とする。

(i) X_1, X_2, X_3 のうちちょうど 1 つが偶数となる確率は $\frac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$ である。

(ii) $X_1 < \frac{X_3}{X_2}$ となる確率は $\frac{\boxed{48}}{\boxed{49}}$ である。

(iii) $X_1 \geq X_2$ または $X_1 > X_3$ となる確率は $\frac{\boxed{50} \boxed{51}}{\boxed{52} \boxed{53} \boxed{54}}$ である。

(iv) $X_1^2 - 2X_2X_3 \leq 0$ となる確率は $\frac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$ である。

(3) $n = 4$ とする。このとき, $X_1 \geq X_2 \geq X_3 \geq X_4$ となる確率は $\frac{\boxed{57}}{\boxed{58} \boxed{59}}$ である。

(計 算 用 紙)