



近大行くなら

マナビズム

近大×マナビズム
過去問解説2023
テキスト 理系数学-2

近大理系数学-2の特徴と対策(概要)

全体像の把握が可否の鍵を握る。

全体像

	出題内容	問題数	配点	理想	時間配分
I	数学ⅠAⅡB	約5問	30~35点	21~25点	15~20分
II	数学ⅠAⅡB	約5問	30~35点	21~25点	20分
III	数学Ⅲ	約5問	30~35点	21~25点	20~25分
合計		約15問	100点	70点	60分

配点の割合

I	30~35点
II	30~35点
III	30~35点

近大理系数学-2の学習優先度 トップ3



微分・積分



場合の数・確率



数列・ベクトル

オススメ
1

入門問題精講IA・IIB・III



[目標習得期間] 3ヶ月

[学習のポイント]

- ①重要事項を覚える
- ②丸暗記はNG
- ③例題は即座に解けるように

オススメ
2

マーク式基礎問題集IA・IIB



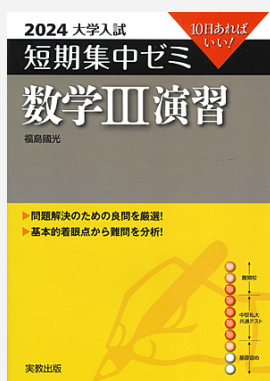
[目標習得期間] 2～3ヶ月

[学習のポイント]

- ①解答の方針の言語化
- ②インプットに抜けがないかの確認
- ③問題の誘導を意識

オススメ
3

大学入試 短期集中ゼミ 数学III 演習



[目標習得期間] 2～3か月

[学習のポイント]

- ①制限時間を意識
- ②A→B・チャレンジ問題の順に取り組む
- ③解説をすぐに見ずに考え抜く

1. 解答 (1) $p_4=7$, $p_6=13$

(2) $m_1=11$, $m_2=6$, $m_3=3$

(3) 77 組, x が最小のとき $(x, y)=(6, 5)$, x が最大のとき $(x, y)=(994, 841)$

(4) 780 個, 720 個

解説

(1) 1 から 15 までの自然数に含まれる素数は 2, 3, 5, 7, 11, 13 であるから

$15!$ を素因数分解すると $15!=2^{m_1} \cdot 3^{m_2} \cdot 5^{m_3} \cdot 7^{m_4} \cdot 11^{m_5} \cdot 13^{m_6}$ と書ける

よって $p_1=2$, $p_2=3$, $p_3=5$, $p_4=7$, $p_5=11$, $p_6=13$

(2)

1 から 15 までの自然数の中に, 2 の倍数は 7 個

1 から 15 までの自然数の中に, 2^2 の倍数は 3 個

1 から 15 までの自然数の中に, 2^3 の倍数は 1 個

よって, $15!$ は 2 で $7+3+1=11$ 回割り切れるから, $m_1=11$

1 から 15 までの自然数の中に, 3 の倍数は 5 個

1 から 15 までの自然数の中に, 3^2 の倍数は 1 個

よって, $15!$ は 3 で $5+1=6$ 回割り切れるから, $m_2=6$

1 から 15 までの自然数の中に, 5 の倍数は 3 個

よって, $15!$ は 5 で 3 回割り切れるから, $m_3=3$

参考

同様に考えていくと $15!=2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 (=1307674368000)$ と書ける

(3) $p_5=11$, $p_6=13$ より $11x-13y=1 \cdots \textcircled{1}$

$x=6$, $y=5$ は $\textcircled{1}$ の解の 1 組で $11 \cdot 6 - 13 \cdot 5 = 1 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より $11x-13y=11 \cdot 6 - 13 \cdot 5$

よって $11(x-6)=13(y-5) \cdots \textcircled{3}$

11 と 13 は互いに素なので, k を整数として $x-6=13k$, $y-5=11k$ と表せる

よって $(x, y)=(13k+6, 11k+5)$

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 1000 \\ 1 \leq y \leq 1000 \end{cases} \text{であるから} \begin{cases} -\frac{6}{13} \leq k \leq \frac{994}{13} \\ -\frac{4}{11} \leq k \leq \frac{995}{11} \end{cases}$$

$$\text{すなわち } -\frac{4}{11} \leq k \leq \frac{994}{13}$$

k は整数であるから $k=0, 1, 2, \dots, 76$ の 77 個

x が最小となるのは $k=0$ のときで, $(x, y)=(6, 5)$

x が最大となるのは $k=76$ のときで, $(x, y)=(994, 841)$

(4) 全体集合を 1 から 1001 までの自然数として考える

またこのとき, 集合 A, B, C とその要素の個数について, 以下のように考える

A	7 の倍数	7, 14, ..., 1001	143 個
B	11 の倍数	11, 22, ..., 1001	91 個
C	13 の倍数	13, 26, ..., 1001	77 個
$A \cap B$	77 の倍数	77, 154, ..., 1001	13 個
$B \cap C$	143 の倍数	143, 286, ..., 1001	7 個
$C \cap A$	91 の倍数	91, 182, ..., 1001	11 個
$A \cap B \cap C$	1001 の倍数	1001	1 個

(i) $p_4 p_5 = 7 \cdot 11 = 77$

77 と互いに素な数は, 7 の倍数でも 11 の倍数でもない数である

表より, 1 から 1001 の中に, 7 の倍数または 11 の倍数は

$$143 + 91 - 13 = 221 \text{ 個ある}$$

よって, 1 から 1001 の中に, 7 の倍数でも 11 の倍数でもない数は

$$1001 - 221 = 780 \text{ 個ある}$$

この 780 個はすべて 1 以上 1000 以下の値なので, 求める答えも 780 個

(ii) $p_4 p_5 p_6 = 7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$

1001 と互いに素な数は, 7 の倍数でも 11 の倍数でも 13 の倍数でもない数である

表より, 1 から 1001 の中に, 7 の倍数または 11 の倍数または 13 の倍数は
 $(143 + 91 + 77) - (13 + 7 + 11) + 1 = 281$ 個ある

よって, 1 から 1001 の中に, 7 の倍数でも 11 の倍数でも 13 の倍数でもない数は
 $1001 - 281 = 720$ 個ある

この 720 個はすべて 1 以上 1000 以下の値なので, 求める答えも 720 個

2. 解答 (1) $AP=6, QR=6, \cos \angle PQR = \frac{2\sqrt{7}}{7}$, 面積は $6\sqrt{3}$

(2) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 12, \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OR} = 4, \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OP} = 24$

(3) $p+q+r=1, (p, q, r) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{7}{9}, \frac{5}{9}\right)$

(4) $8\sqrt{2}$

解説

(1) 四面体 $OPQR$ の頂点 O と、三角形 ABC の頂点 A, B, C がそれぞれ対応する
(O と A, B, C は一致する)

よって、 P, Q, R はそれぞれ辺 AB, BC, CA の中点である

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } AP &= \frac{1}{2}AB \\ &= 6 \end{aligned}$$

また、中点連結定理より

$$\begin{aligned} PQ &= \frac{1}{2}CA \\ &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QR &= \frac{1}{2}AB \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RP &= \frac{1}{2}BC \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle PQR \text{ で余弦定理より } \cos \angle PQR &= \frac{(2\sqrt{7})^2 + 6^2 - 4^2}{2 \cdot 2\sqrt{7} \cdot 6} \\ &= \frac{7+9-4}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot 3} \cdots (*) \\ &= \frac{2}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{2\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

参考

余弦定理は、辺の長さそのものはもちろん、辺の長さの比でも考えることが出来る。
今回であれば $PQ : QR : RP = \sqrt{7} : 3 : 2$ であるから、(*)の部分で比で考えた場合の式である。(2)でも同様の計算を行うことができるので、工夫して計算を簡略化できるようにしておこう。

$$\begin{aligned}\sin^2 \angle PQR &= 1 - \cos^2 \angle PQR \\ &= 1 - \frac{4}{7} \\ &= \frac{3}{7}\end{aligned}$$

$$0^\circ < \angle PQR < 180^\circ \text{ より } \sin \angle PQR > 0$$

$$\begin{aligned}\text{よって } \sin \angle PQR &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{21}}{7}\end{aligned}$$

$\triangle PQR$ の面積 S は

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{2} PQ \cdot QR \sin \angle PQR \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{7} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \\ &= 6\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$(2) \quad AP = PB = 6, \quad BQ = QC = 4, \quad CR = RA = 2\sqrt{7} \text{ である}$$

$$\begin{aligned}\text{また, } AB : BC : CA &= 12 : 8 : 4\sqrt{7} \\ &= 3 : 2 : \sqrt{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \triangle ABC \text{ で余弦定理より } \cos \angle ABC &= \frac{12^2 + 8^2 - (4\sqrt{7})^2}{2 \cdot 12 \cdot 8} \\
 &= \frac{9 + 4 - 7}{2 \cdot 3 \cdot 2} \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{よって } \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} &= \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BQ} \\
 &= |\overrightarrow{BP}| |\overrightarrow{BQ}| \cos \angle ABC \\
 &= 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \triangle ABC \text{ で余弦定理より } \cos \angle ACB &= \frac{8^2 + (4\sqrt{7})^2 - 12^2}{2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{7}} \\
 &= \frac{4 + 7 - 9}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7}} \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{7}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{よって } \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OR} &= \overrightarrow{CQ} \cdot \overrightarrow{CR} \\
 &= |\overrightarrow{CQ}| |\overrightarrow{CR}| \cos \angle ACB \\
 &= 4 \cdot 2\sqrt{7} \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \triangle ABC \text{ で余弦定理より } \cos \angle BAC &= \frac{(4\sqrt{7})^2 + 12^2 - 8^2}{2 \cdot 4\sqrt{7} \cdot 12} \\
 &= \frac{7 + 9 - 4}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot 3} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{7}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{よって } \overrightarrow{OR} \cdot \overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AP} \\
 &= |\overrightarrow{AR}| |\overrightarrow{AP}| \cos \angle BAC \\
 &= 2\sqrt{7} \cdot 6 \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

別解

$$|\overrightarrow{OP}|=6, |\overrightarrow{OQ}|=4, |\overrightarrow{OR}|=2\sqrt{7} \text{ である}$$

$$|\overrightarrow{PQ}|=2\sqrt{7} \text{ より } |\overrightarrow{PQ}|^2=(2\sqrt{7})^2$$

$$\text{よって } |\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}|^2=28$$

$$\text{ゆえに } |\overrightarrow{OQ}|^2-2\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OP}+|\overrightarrow{OP}|^2=28$$

$$\text{したがって } 16-2\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}+36=28$$

$$\text{整理して } \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=12$$

$$(\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OR} \text{ および } \overrightarrow{OR}\cdot\overrightarrow{OP} \text{ も同様の手順で求められる})$$

(3) H は平面 PQR 上の点であるから, $\overrightarrow{PH}=q\overrightarrow{PQ}+r\overrightarrow{PR}$ とおける

$$\begin{aligned} \text{このとき } \overrightarrow{OH} &= \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PH} \\ &= \overrightarrow{OP} + q\overrightarrow{PQ} + r\overrightarrow{PR} \\ &= \overrightarrow{OP} + q(\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}) + r(\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{OP}) \\ &= (1-q-r)\overrightarrow{OP} + q\overrightarrow{OQ} + r\overrightarrow{OR} \end{aligned}$$

$$1-q-r=p \text{ とすると } p+q+r=1 \dots \textcircled{1}$$

$$\overrightarrow{OP}=\vec{x}, \overrightarrow{OQ}=\vec{y}, \overrightarrow{OR}=\vec{z} \text{ とすると } \overrightarrow{OH}=p\vec{x}+q\vec{y}+r\vec{z}$$

$$\text{また, } |\vec{x}|=6, |\vec{y}|=4, |\vec{z}|=2\sqrt{7}, \vec{x}\cdot\vec{y}=12, \vec{y}\cdot\vec{z}=4, \vec{z}\cdot\vec{x}=24$$

$$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{PQ}=0 \text{ であるから } (p\vec{x}+q\vec{y}+r\vec{z})\cdot(\vec{y}-\vec{x})=0$$

$$\text{よって } p\vec{x}\cdot\vec{y}+q|\vec{y}|^2+r\vec{z}\cdot\vec{y}-p|\vec{x}|^2-q\vec{y}\cdot\vec{x}-r\vec{z}\cdot\vec{x}=0$$

$$\text{整理して } 6p-q+5r=0 \dots \textcircled{2}$$

$$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{PR}=0 \text{ であるから } (p\vec{x}+q\vec{y}+r\vec{z})\cdot(\vec{z}-\vec{x})=0$$

$$\text{よって } p\vec{x}\cdot\vec{z}+q\vec{y}\cdot\vec{z}+r|\vec{z}|^2-p|\vec{x}|^2-q\vec{y}\cdot\vec{x}-r\vec{z}\cdot\vec{x}=0$$

$$\text{整理して } 3p+2q-r=0 \dots \textcircled{3}$$

② より $q=6p+5r$

これを ①, ③ に代入して整理すると
$$\begin{cases} 7p+6r=1 \\ 5p+3r=0 \end{cases}$$

計算して $(p, q, r) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{7}{9}, \frac{5}{9}\right)$

(4) (3) より
$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{OH}} &= -\frac{1}{3}\vec{x} + \frac{7}{9}\vec{y} + \frac{5}{9}\vec{z} \\ &= -\frac{1}{9}(3\vec{x} - 7\vec{y} - 5\vec{z}) \end{aligned}$$

よって
$$\begin{aligned} |\overrightarrow{\text{OH}}|^2 &= \frac{1}{81}|3\vec{x} - 7\vec{y} - 5\vec{z}|^2 \\ &= \frac{1}{81}(9|\vec{x}|^2 + 49|\vec{y}|^2 + 25|\vec{z}|^2 - 42\vec{x} \cdot \vec{y} + 70\vec{y} \cdot \vec{z} - 30\vec{z} \cdot \vec{x}) \\ &= \frac{1}{81}(324 + 784 + 700 - 504 + 280 - 720) \\ &= \frac{864}{81} \\ &= \frac{32}{3} \end{aligned}$$

ゆえに
$$\begin{aligned} |\overrightarrow{\text{OH}}| &= \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

以上より, 四面体 OPQR の体積 V は

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot S \cdot |\overrightarrow{\text{OH}}| \\ &= \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ &= 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

3. 解答 (1) $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0, \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-4}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{1}{2}}$

(3) $a^2 = \log 6, \lim_{a \rightarrow \infty} S(a) = \frac{1}{2}$

(4) (i) $t = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, 4 \text{ 個}$

(ii) 0 個, 2 個

解説

(1) $f(x) = xe^{-x^2}$ より $f(-x) = -xe^{-(-x)^2}$
 $= -xe^{-x^2}$
 $= -f(x)$

よって, $f(x)$ は奇関数である

ゆえに $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

合成関数の微分より

$$\begin{aligned}(e^{-x^2})' &= e^{-x^2} \cdot (-x^2)' \\ &= e^{-x^2} \cdot (-2x) \\ &= -2xe^{-x^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{よって } \int f(x) dx &= \int xe^{-x^2} dx \\ &= \int -\frac{1}{2} \cdot (-2xe^{-x^2}) dx \\ &= -\frac{1}{2} \int (e^{-x^2})' dx \\ &= -\frac{1}{2} e^{-x^2} + C \quad (C \text{ は積分定数})\end{aligned}$$

($t = -x^2$ として置換積分で考えても良い)

$$\begin{aligned}
 \text{よって } \int_0^2 f(x) dx &= \left[-\frac{1}{2} e^{-x^2} \right]_0^2 \\
 &= \left[\frac{1}{2} e^{-x^2} \right]_2^0 \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad f'(x) &= 1 \cdot e^{-x^2} + x \cdot (-2xe^{-x^2}) \\
 &= (1 - 2x^2)e^{-x^2} \\
 &= -2 \left(x^2 - \frac{1}{2} \right) e^{-x^2}
 \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \text{ とすると } x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$x \geq 0$ における $f(x)$ の増減は以下ようになる

x	0	...	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	...	(∞)
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	↗	$\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{1}{2}}$	↘	(0)

これと $f(x)$ が奇関数であることより, $f(x)$ は $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ で最大値 $\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{1}{2}}$ をとる

参考

問題文にある不等式 $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2} \ (x \geq 0)$ より $e^x > \frac{x^2}{2}$

$$\text{よって } e^{x^2} > \frac{x^4}{2}$$

$$\text{ゆえに } 0 < \frac{1}{e^{x^2}} < \frac{2}{x^4}$$

$$\text{したがって } 0 < \frac{x}{e^{x^2}} < \frac{2}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^3} = 0 \text{ であるから, はさみうちの原理より } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{x^2}} = 0$$

$$\text{よって } \lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x^2} = 0$$

$$\text{すなわち } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

(3)

[1] $a > 0$ のとき

$$\begin{aligned} S(a) &= \int_0^a f(x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{2} e^{-x^2} \right]_0^a \\ &= \left[\frac{1}{2} e^{-x^2} \right]_a^0 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-a^2} \end{aligned}$$

$$\text{条件より } \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-a^2} = \frac{5}{12}$$

$$\text{整理して } e^{-a^2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{よって } e^{a^2} = 6$$

$$\text{ゆえに } a^2 = \log 6$$

[2] $a < 0$ のとき

$$\begin{aligned} S(a) &= -\int_a^0 f(x) dx \\ &= \int_0^a f(x) dx \end{aligned}$$

以降は [1] と同様

[1], [2] より $a^2 = \log 6$

$$\begin{aligned}\text{また, } \lim_{a \rightarrow \infty} S(a) &= \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-a^2} \right) \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}\text{(i) } g(t) &= f'(t) \\ &= (1 - 2t^2)e^{-t^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ここで } g(-t) &= \{1 - 2(-t)^2\}e^{-(-t)^2} \\ &= (1 - 2t^2)e^{-t^2} \\ &= g(t)\end{aligned}$$

よって, $g(t)$ は偶関数である

$$\begin{aligned}g'(t) &= -4t \cdot e^{-t^2} + (1 - 2t^2) \cdot (-2te^{-t^2}) \\ &= 2t(2t^2 - 3)e^{-t^2}\end{aligned}$$

$$g'(t) = 0 \text{ とすると } t = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$t \geq 0$ における $g(t)$ の増減は以下のようになる

t	0	...	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	...	(∞)
$g'(t)$	0	−	0	+	
$g(t)$	1	↘	$-2e^{-\frac{3}{2}}$	↗	(0)

これと $g(t)$ が偶関数であることより, $g(t)$ は $t = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$ のとき

最小値 $-2e^{-\frac{3}{2}}$ をとる

$g(t) = -2e^{-2}$ となる t の値の個数は, $y = g(t)$ と $y = -2e^{-2}$ のグラフの交点の個数と一致する

$-2e^{-\frac{3}{2}} < -2e^{-2} < 0$ より, $y=g(t)$ と $y=-2e^{-2}$ のグラフの交点は4個
よって, $g(t)=-2e^{-2}$ となる t の値の個数は4個

(ii) l の方程式は $y-f(t)=g(t)(x-t)$

よって $y=g(t)x+f(t)-tg(t)$

ゆえに $y=g(t)x+2t^3e^{-t^2} \dots (*)$

l が原点を通るとき

(*) より $2t^3e^{-t^2}=0$

これを満たす t は, $t=0$ の1個

l が $(0, \frac{1}{2})$ を通るとき

(*) より $2t^3e^{-t^2}=\frac{1}{2}$

よって $t^3e^{-t^2}=\frac{1}{4}$

[A] $t \leq 0$ のとき

$t^3e^{-t^2} \leq 0$ であるから, $t^3e^{-t^2}=\frac{1}{4}$ を満たす t は存在しない

[B] $t > 0$ のとき

$h(t)=t^3e^{-t^2} (t > 0)$ とする

$$\begin{aligned} h'(t) &= 3t^2 \cdot e^{-t^2} + t^3 \cdot (-2te^{-t^2}) \\ &= (-2t^4 + 3t^2)e^{-t^2} \\ &= -2t^2 \left(t^2 - \frac{3}{2} \right) e^{-t^2} \end{aligned}$$

$$h'(t)=0 \text{ とすると } t=\frac{\sqrt{6}}{2} \left(, -\frac{\sqrt{6}}{2} \right)$$

$t > 0$ における $h(t)$ の増減は以下ようになる

0	(0)	...	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	...	(∞)
$h'(t)$		+	0	-	
$h(t)$	(0)	↗	極大	↘	(0)

$y = h(t)$ のグラフが $\left(1, \frac{1}{e}\right)$ を通ることと, $1 < \frac{\sqrt{6}}{2}$, $\frac{1}{4} < \frac{1}{e}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$ から,

$y = h(t)$ と $y = \frac{1}{4}$ のグラフの交点は 2 個

[A], [B] より, $t^3 e^{-t^2} = \frac{1}{4}$ を満たす t は 2 個

[B] の 別解

($h(t)$ の増減表までは同じ)

$$h\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{6}}{4} e^{-\frac{3}{2}}$$

問題文の $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ ($x \geq 0$) で, $x = -\frac{3}{2}$ とすると

$$\begin{aligned} e^{-\frac{3}{2}} &\geq 1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{8} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } \frac{3\sqrt{6}}{4} e^{-\frac{3}{2}} &\geq \frac{15\sqrt{6}}{32} \\ &> \frac{8}{32} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\text{ゆえに } 0 < \frac{1}{4} < h\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$$

これと $\lim_{t \rightarrow +0} h(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 0$ から, $y = h(t)$ と $y = \frac{1}{4}$ のグラフの交点は 2 個

解答一覧

問題番号	解答 番号	正解	問題番号	解答 番号	正解	問題番号	解答 番号	正解
I	ア	7	II	ア	6	III	ア	0
	イ	1		イ	6		イ	1
	ウ	3		ウ	2		ウ	2
	エ	1		エ	7		エ	1
	オ	1		オ	7		オ	2
	カ	6		カ	6		カ	—
	キ	3		キ	3		キ	4
	ク	7		ク	1		ク	2
	ケ	7		ケ	2		ケ	2
	コ	6		コ	4		コ	—
	サ	5		サ	2		サ	1
	シ	9		シ	4		シ	2
	ス	9		ス	1		ス	6
	セ	4		セ	—		セ	1
	ソ	8		ソ	1		ソ	2
	タ	4		タ	3		タ	6
	チ	1		チ	7		チ	2
	ツ	7		ツ	9		ツ	4
	テ	8		テ	5		テ	1
	ト	0		ト	9		ト	2
	ナ	7		ナ	8			
	ニ	2		ニ	2			
	ヌ	0						



近大行くなら

マナビズム



マナビズム 校舎一覧

大阪府

上本町校
高槻校
豊中校
茨木校

北千里校

堺東校
枚方校
天王寺校
大阪梅田校

兵庫県

西宮北口校
神戸三宮校
姫路校

京都府

四条烏丸校

滋賀県

草津校

兵庫県

名古屋駅前校
豊田校

オンラインコース

無料受験相談
申込受付中

