

I 次の問いに答えよ。

(1) 三角形 ABC は、 $BC = 10$  であり、

$$\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A, \quad \sin A = 2 \cos B \cos C$$

を満たしている。ここで、 $A, B, C$  はそれぞれ  $\angle A, \angle B, \angle C$  の大きさである。

(i)  $A = {}^1\boxed{\phantom{0}} {}^2\boxed{\phantom{0}}^\circ$ ,  $B = {}^3\boxed{\phantom{0}} {}^4\boxed{\phantom{0}}^\circ$ ,  $C = {}^5\boxed{\phantom{0}} {}^6\boxed{\phantom{0}}^\circ$  である。

(ii)  $\triangle ABC$  の面積は  ${}^7\boxed{\phantom{0}} {}^8\boxed{\phantom{0}}$  である。

(iii)  $\triangle ABC$  の内接円の半径は  $-{}^9\boxed{\phantom{0}} + {}^{10}\boxed{\phantom{0}} \sqrt{{}^{11}\boxed{\phantom{0}}}$  である。

(2) 整数  $a, b$  は  $3a - 2b = -17$  を満たしている。このとき、 $a^2 + b^2$  が最小となるのは  $a = -{}^{12}\boxed{\phantom{0}}$ ,  $b = {}^{13}\boxed{\phantom{0}}$  のときで、その値は  ${}^{14}\boxed{\phantom{0}} {}^{15}\boxed{\phantom{0}}$  である。

(3) 4桁の自然数  $n$  は、35 で割り切れて、かつ各位の数の和が 30 である。

このとき、 $n = {}^{16}\boxed{\phantom{0}} {}^{17}\boxed{\phantom{0}} {}^{18}\boxed{\phantom{0}} {}^{19}\boxed{\phantom{0}}$  である。

II 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  を次のように定める。

$$a_n = \frac{2021}{2n-1}, \quad b_n = \left[ \frac{2021}{2n-1} \right] \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ここで,  $[x]$  は実数  $x$  を超えない最大の整数である。例えば,  $[3] = 3$ ,  $[3.1] = 3$  である。

(1)  $a_n < 43$  を満たす最小の  $n$  は  $^{20}\square$   $^{21}\square$  である。

(2)  $a_n = b_n$  を満たす  $n$  は  $^{22}\square$  個ある。

(3)  $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} \geq \frac{1}{a_n a_{n+1}}$  を満たす最大の  $n$  は  $^{23}\square$   $^{24}\square$  である。

(4)  $a_n - a_{n+1} < 1$  を満たす最小の  $n$  は  $^{25}\square$   $^{26}\square$  である。

(5)  $b_n = 10$  を満たす最小の  $n$  は  $^{27}\square$   $^{28}\square$  であり, 最大の  $n$  は  $^{29}\square$   $^{30}\square$   $^{31}\square$  である。

(6)  $b_n$  の最大値は  $^{32}\square$   $^{33}\square$   $^{34}\square$   $^{35}\square$ , 最小値は  $^{36}\square$  である。

(7)  $b_n$  は  $^{37}\square$   $^{38}\square$  個の異なる値をとる。

III  $f(x) = x^2 - 10x + 32$  とし、座標平面上で放物線  $C: y = f(x)$  を考える。

$a, b$  は  $a < b$  を満たす実数とし、 $C$  上の 2 点  $A(a, f(a)), B(b, f(b))$  における  $C$  の接線をそれぞれ  $l, m$  とする。ここで、 $l$  と  $m$  の交点を  $P$  とする。

(1)  $C$  の頂点の座標は  $(\overset{39}{\square}, \overset{40}{\square})$  である。

(2)  $l$  の方程式は、 $y = \overset{41}{\square} (a - \overset{42}{\square})x - a^2 + \overset{43}{\square} \overset{44}{\square}$  である。

(3)  $P$  の座標は  $(\frac{\overset{45}{\square}}{\overset{46}{\square}}(a+b), ab - \overset{47}{\square}(a+b) + \overset{48}{\square} \overset{49}{\square})$  である。

(4)  $l$  と  $m$  が直交するとする。

(i)  $(a-5)(b-5) = -\frac{\overset{50}{\square}}{\overset{51}{\square}}$  である。

(ii) さらに、 $\angle ABP = \frac{\pi}{6}$  とする。このとき、

$$a = \overset{52}{\square} - \frac{\sqrt{\overset{53}{\square}}}{\overset{54}{\square}}, \quad b = \overset{55}{\square} + \frac{\sqrt{\overset{56}{\square}}}{\overset{57}{\square}}$$

であり、 $\triangle ABP$  の面積は  $\frac{\overset{58}{\square} \sqrt{\overset{59}{\square}}}{\overset{60}{\square}}$  である。



動画教材「ベリタスアカデミー」を受講してみたい方は  
info@veritas.bz または info@v-a-l.jp までお問い合わせ下さい。

