

I (1)  $x = 1 + \sqrt{5}i$  のとき  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = \boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$   $i$  である。ただし、 $i$  は虚数単位である。

(2)  $\log_2 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 16 = \boxed{\text{エ}}$  である。

(3)  $a = \log_2 5$ ,  $b = \log_8 7$  とおくと,  $8^a = \boxed{\text{オカキ}}$ ,  $2^b = 7 \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  である。

(4)  $\tan 2\alpha = \frac{24}{7}$  であるとする。

(i)  $\tan \alpha$  のとりうる値は全部で  $\boxed{\text{コ}}$  個ある。それらの値のうち最小のものは  $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。

(ii)  $\sin \alpha$  のとりうる値は全部で  $\boxed{\text{セ}}$  個ある。それらの値のうち最大のものは  $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$  である。

(iii)  $\sin \alpha + \cos \alpha$  のとりうる値は全部で  $\boxed{\text{チ}}$  個ある。それらの値のうち最大のものは  $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$  である。

II  $n, r$  は整数とする。ただし、 $1 \leq r \leq n$  である。 $n$  個から  $r$  個取る順列の総数  ${}_n P_r$  を  $M$  とする。約数は正のものを考える。

(1)  $n = 9, r = 3$  とする。

(i)  $M =$   である。

(ii)  $M$  の異なる素因数は全部で  個ある。 $M$  の約数を大きい順に並べたとき、大きい方から数えて 6 番目の約数は  である。

(iii)  $M$  の約数は全部で  個あり、 $M$  の約数の総和は  である。

(iv)  $M$  以下の正の整数で  $M$  と互いに素であるものは全部で  個ある。

(2)  $M$  の 1 の位から  $10^6$  の位までの数字はすべて 0 であり、 $10^7$  の位の数字は 0 ではないとする。このとき、 $n$  がとりうる最小の値は  $n =$   である。以下、 $n$  はこの値であるとする。

(i)  $r$  のとりうる値の範囲は   $\leq r \leq$   である。また、 $M$  が  $2^k$  で割り切れるような  $k$  の値のうち、最大のものは  $k =$   である。

(ii)  $r$  の値が最大するとき、 $\frac{M}{10^7}$  の 1 の位の数字は  である。

III 2つの関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  を

$$f(x) = e^{\sin(x-\frac{\pi}{3})} - \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x, \quad g(x) = f(x) - 1 - \frac{1}{e}$$

と定める。ただし、 $e = 2.718\dots\dots$  は自然対数の底である。

- (1)  $a$  を  $|a| \leq \frac{\pi}{2}$  を満たす定数とする。等式

$$\sin(x+a) = \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$$

が成り立つとき、 $a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \pi$  である。

- (2)  $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \boxed{\text{エ}}$  であり、 $g\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \boxed{\text{オ}}$  である。

- (3)  $\log(2f'(0) + 1) = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$  である。ただし、対数は自然対数である。

- (4)  $0 \leq x \leq 2\pi$  とする。方程式  $f'(x) = 0$  の解で最小のものを  $b$ , 最大のものを  $c$  とする。このとき

$$b = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi, \quad c = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}} \pi, \quad f(b) = \boxed{\text{セ}}, \quad f(c) = e^{\boxed{\text{ソタ}}} + \boxed{\text{チ}}$$

である。また、 $f(x)$  が極値をとる  $x$  の値の個数は全部で  $\boxed{\text{ツ}}$  個あり、

$f(x)$  の値は  $x = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \pi$  のときに最大となる。

- (5)  $0 \leq x \leq 10\pi$  の範囲において、方程式  $g(x) = 0$  の異なる実数解は全部で  $\boxed{\text{ナニ}}$  個ある。



動画教材「ベリタスアカデミー」を受講してみたい方は  
info@veritas.bz または info@v-a-l.jp までお問い合わせ下さい。

