

I (1) $x = 1 + \sqrt{5}i$ のとき $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = \boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}} i$ である。ただし、 i は虚数単位である。

(2) $\log_2 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 16 = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $a = \log_2 5$, $b = \log_8 7$ とおくと, $8^a = \boxed{\text{オカキ}}$, $2^b = 7 \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(4) $\tan 2\alpha = \frac{24}{7}$ であるとする。

(i) $\tan \alpha$ のとりうる値は全部で $\boxed{\text{コ}}$ 個ある。それらの値のうち最小のものは $\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(ii) $\sin \alpha$ のとりうる値は全部で $\boxed{\text{セ}}$ 個ある。それらの値のうち最大のものは $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(iii) $\sin \alpha + \cos \alpha$ のとりうる値は全部で $\boxed{\text{チ}}$ 個ある。それらの値のうち最大のものは $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

II n, r は整数とする。ただし、 $1 \leq r \leq n$ である。 n 個から r 個取る順列の総数 ${}_n P_r$ を M とする。約数は正のものを考える。

(1) $n = 9, r = 3$ とする。

(i) $M =$ である。

(ii) M の異なる素因数は全部で 個ある。 M の約数を大きい順に並べたとき、大きい方から数えて 6 番目の約数は である。

(iii) M の約数は全部で 個あり、 M の約数の総和は である。

(iv) M 以下の正の整数で M と互いに素であるものは全部で 個ある。

(2) M の 1 の位から 10^6 の位までの数字はすべて 0 であり、 10^7 の位の数字は 0 ではないとする。このとき、 n がとりうる最小の値は $n =$ である。以下、 n はこの値であるとする。

(i) r のとりうる値の範囲は $\leq r \leq$ である。また、 M が 2^k で割り切れるような k の値のうち、最大のものは $k =$ である。

(ii) r の値が最大するとき、 $\frac{M}{10^7}$ の 1 の位の数字は である。

III a を実数とし、関数 $f(x) = -4x^2 + ax - 1$ を考える。また、座標平面において、放物線 $y = f(x)$, $y = x^2$ をそれぞれ F , G とする。

(1) $f(x)$ は $x = \frac{a}{\boxed{\text{ア}}}$ で最大値 $\frac{a^2}{\boxed{\text{イウ}}} - \boxed{\text{エ}}$ をとる。

(2) F と G が異なる 2 つの共有点をもつとき、 a のとりうる値の範囲は

$$a < \boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \text{ または } a > \boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3) $a > 0$ とする。 F と G が接するとき、接点の座標は

$$\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \right)$$

であり、この接点における F の接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}} x - \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(4) $a = 6$ とする。 x, y が 2 つの不等式 $y \leq f(x)$, $y \geq x^2$ を満たすとき、 $x + y$

の最大値は $\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ であり、 $3x + y$ の最大値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

動画教材「ベリタスアカデミー」を受講してみたい方は
info@veritas.bz または info@v-a-l.jp までお問い合わせ下さい。

